

MONICA ANA PARASCHIVA PURCARU

**METODICA
ACTIVITĂȚILOR
MATEMATICE ȘI A
ARITMETICII
PENTRU
INSTITUTORI/PROFESORI
DIN ÎNVĂȚĂMÂNTUL
PRIMAR ȘI PREȘCOLAR**

EDITURA UNIVERSITĂȚII "TRANSILVANIA" BRAȘOV

2008

Cuprins

Introducere	VI
Unitatea de învățare nr. 1	
OBIECTUL METODICII PREDĂRII MATEMATICII	
Obiectivele unității de învățare.....	1
§3.1. Obiectul metodicii predării matematicii.....	1
§3.2. Sarcinile metodicii predării matematicii.....	2
Test de autoevaluare.....	2
Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	2
Rezumat.....	2
Bibliografie.....	2
Unitatea de învățare nr. 2	
JOCUL DIDACTIC MATEMATIC	
Obiectivele unității de învățare.....	3
§2.1. Conceptul de joc didactic.....	3
§2.2. Valențele formative ale utilizării jocului didactic matematic în cadrul lecției de matematică a preșcolarului și a școlarului	4
§2.3. Caracteristicile jocului didactic matematic.....	5
§2.4. Metodologia organizării și desfășurării jocului didactic matematic.....	6
§2.5. Clasificarea jocurilor didactice matematice.....	7
§2.6. Jocurile logico-matematice. Caracteristici și clasificări.....	8
Test de autoevaluare.....	9
Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	9
Rezumat.....	9
Bibliografie.....	9
Unitatea de învățare nr. 3	
FORMAREA CONCEPTULUI DE NUMĂR NATURAL. PROBLEME METODICE	
Obiectivele unității de învățare.....	10
§3.1. Conceptul de număr natural.....	10
3.1.1. Numerele naturale ca numere cardinale.....	10
3.1.2. Aspectul cardinal al numărului natural.....	12
3.1.3. Aspectul ordinal al numărului natural.....	12
§3.2. Probleme generale și specifice ale predării-învățării numerației în grădiniță și clasa I.....	13
§3.3. Compunerea și descompunerea numerelor naturale.....	14
§3.4. Predarea-învățarea numerelor naturale în centrul 0-10.....	15
§3.5. Predarea-învățarea numerelor naturale în centrul 10-100.....	17
§3.6. Predarea-învățarea numerelor naturale scrise cu trei sau mai multe cifre.....	17
Test de autoevaluare.....	18
Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	18
Lucrare de verificare.....	18
Rezumat.....	18
Bibliografie.....	18
Unitatea de învățare nr. 4	
METODOLOGIA PREDĂRII-ÎNVĂȚĂRII OPERAȚILOR ÎN MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE	
Obiectivele unității de învățare.....	20
§4.1. Metodologia predării-învățării adunării și scăderii numerelor naturale.....	20

4.1.1. Adunarea și scăderea numerelor naturale în centrul 0-10.....	20
4.1.2. Adunarea și scăderea numerelor naturale în centrul 0-20.....	22
4.1.3. Adunarea și scăderea numerelor naturale în centrul 0-100.....	24
4.1.4. Adunarea și scăderea numerelor naturale mai mari decât 100.....	25
§4.2. Metodologia predării-învățării înmulțirii și împărțirii numerelor naturale.....	25
4.2.1. Înmulțirea numerelor naturale mai mici decât 100.....	25
4.2.2. Înmulțirea numerelor naturale mai mici decât 1000.....	28
4.2.2.1. Înmulțirea orală.....	29
4.2.2.2. Înmulțirea în scris.....	30
4.2.3. Împărțirea numerelor naturale mai mici decât 100.....	31
4.2.4. Împărțirea numerelor naturale mai mici decât 1000.....	35
4.2.4.1. Împărțirea orală.....	35
4.2.4.2. Împărțirea în scris.....	36
§4.3. Metodologia predării-învățării ordinii efectuării operațiilor.....	37
4.3.1. Ordinea efectuării operațiilor.....	37
4.3.2. Folosirea parantezelor.....	38
§4.4. Formarea limbajului matematic și a deprinderilor de calcul mintal la școlarul mic..	39
4.4.1. Limbajul matematic.....	39
4.4.2. Calculul mintal.....	40
Test de autoevaluare.....	44
Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	44
Lucrare de verificare.....	45
Rezumat.....	45
Bibliografie.....	45

Unitatea de învățare nr. 5

METODOLOGIA PREDĂRII-ÎNVĂȚĂRII MĂRIMILOR ȘI UNITĂȚILOR DE MĂSURĂ PENTRU MĂRIMI

Obiectivele unității de învățare.....	46
§5.1. Mărime. Măsurarea unei mărimi. Unități de măsură. Importanța studierii lor.....	46
§5.2. Obiective și conținuturi ale predării-învățării mărimilor și unităților de măsură ale acestora.....	47
§5.3. „Firul roșu” al predării-învățării unităților de măsură pentru mărimi la clasele I-IV	49
5.3.1. Lungimea.....	49
5.3.2. Capacitatea.....	49
5.3.3. Masa.....	50
5.3.4. Timpul.....	50
Test de autoevaluare.....	51
Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	51
Rezumat.....	51
Bibliografie.....	52

Unitatea de învățare nr. 6

PREDAREA ELEMENTELOR DE GEOMETRIE

Obiectivele unității de învățare.....	53
§6.1. Locul și importanța elementelor de geometrie în procesul de instruire și educare al școlarului mic.....	53
§6.2. Obiective și conținuturi ale învățării elementelor de geometrie.....	54
§6.3. Intuitiv și logic în învățarea geometriei.....	55

§6.4. Metodologia predării-învățării elementelor de geometrie.....	56
6.4.1. Învățarea noțiunilor de geometrie în special prin procese intuitive și formarea lor inițială pe calea inductivă.....	56
6.4.2. Predarea-învățarea cunoștințelor geometrice în spiritul rigurozității geometriei.....	58
6.4.3. Funcționalitatea elementelor de geometrie.....	58
§6.5. Formarea conceptelor cu conținut geometric.....	58
Test de autoevaluare.....	59
Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	59
Rezumat.....	59
Bibliografie.....	59
Unitatea de învățare nr. 7	
PREDAREA FRACTIILOR	
Obiectivele unității de învățare.....	61
§7.1. Introducerea noțiunii de fracție.....	61
§7.2. Compararea fracțiilor.....	63
§7.3. Operații de adunare și scădere cu fracții.....	65
§7.4. Aflarea unei fracții dintr-un întreg.....	67
Test de autoevaluare.....	68
Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	68
Rezumat.....	68
Bibliografie.....	68
Unitatea de învățare nr. 8	
METODOLOGIA REZOLVĂRII ȘI COMPUNERII DE PROBLEME	
Obiectivele unității de învățare.....	69
§8.1. Noțiunea de problemă matematică.....	69
§8.2. Valențele formative ale activităților rezolutive.....	70
§8.3. Etapele rezolvării problemelor de matematică.....	71
§8.4. Metode pentru rezolvarea problemelor de aritmetică.....	73
§8.5. Rezolvarea principalelor categorii de probleme aritmetice.....	75
8.5.1. Rezolvarea problemelor simple.....	75
8.5.2. Rezolvarea problemelor compuse.....	77
8.5.3. Metode speciale de rezolvare a problemelor de matematică.....	77
8.5.3.1. Metoda figurativă sau grafică.....	77
8.5.3.2. Metoda comparației.....	78
8.5.3.3. Metoda falsei ipoteze.....	78
8.5.3.4. Metoda mersului invers.....	78
8.5.3.5. Regula de trei simplă.....	79
8.5.3.6. Regula de trei compusă.....	79
8.5.3.7. Probleme de mișcare.....	81
8.5.3.8. Probleme nonstandard.....	81
§8.6. Rezolvarea problemelor prin mai multe căi, verificarea soluției aflate și scrierea formulei numerice.....	81
§8.7. Activitatea de compunere a problemelor de către elevi.....	82
Test de autoevaluare.....	85
Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	85
Lucrare de verificare.....	85
Rezumat.....	86
Bibliografie.....	86

Unitatea de învățare nr. 9**PROBLEME SPECIFICE ALE PREDĂRII-ÎNVĂȚĂRII MATEMATICII ÎN
CONDIȚIILE MUNCII SIMULTANE**

Obiectivele unității de învățare.....	87
§9.1. Elemente de planificare, proiectare și organizare a activității simultane.....	87
9.1.1. Particularitățile procesului de predare-învățare în învățământul simultan..	87
9.1.2. Gruparea claselor și repartizarea pe institutori.....	88
9.1.3. Alcătuirea orarului.....	89
9.1.4. Planificarea activității didactice.....	89
§9.2. Model de activitate didactică (sugestie metodică). Proiect de lecție.....	92
§9.3. Aspecte metodice privind activitatea independentă a elevilor.....	95
9.3.1. Importanța activității independente.....	95
9.3.2. Cerințe pe care trebuie să le îndeplinească activitatea independentă a elevilor...	95
9.3.3. Forme de activitate independentă.....	96
9.3.4. Controlul și evaluarea activității independente.....	97
Test de autoevaluare.....	98
Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare	98
Rezumat.....	98
Bibliografie.....	98

Unitatea de învățare nr. 10**ROLUL MIJLOACELOR DE ÎNVĂȚĂMÂNT ÎN LECȚIA DE MATEMATICĂ**

Obiectivele unității de învățare.....	99
§10.1. Conceptul de mijloc de învățământ.....	99
§10.2. Principii de bază în folosirea mijloacelor de învățământ.....	99
§10.3. Integrarea mijloacelor de învățământ în activitatea didactică.....	100
§10.4. Factorii determinanți în activitatea de confecționare a materialului didactic.....	101
§10.5. Listă de materiale didactice necesare desfășurării lecțiilor de matematică.....	102
Test de autoevaluare.....	104
Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	104
Rezumat.....	104
Bibliografie.....	104

Unitatea de învățare nr. 11**EVALUAREA ÎN CADRUL LECȚIILOR DE MATEMATICĂ**

Obiectivele unității de învățare.....	106
§11.1. Precizări conceptuale.....	106
§11.2. Tipuri (forme) de evaluare.....	106
§11.3. Evaluarea performanțelor școlare.....	107
§11.4. Metode și tehnici de evaluare a randamentului școlar la matematică.....	108
§11.5. Metodologia elaborării itemilor.....	110
11.5.1. Clasificarea itemilor.....	110
11.5.2. Îndrumări practice, generale pentru elaborarea itemilor.....	110
Test de autoevaluare.....	111
Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	111
Rezumat.....	111
Bibliografie.....	112

Unitatea de învățare nr. 12**ELEMENTE DE PROIECTARE DIDACTICĂ LA MATEMATICĂ**

Obiectivele unității de învățare.....	113
§12.1. Conceptul de proiectare didactică.....	113
§12.2. Elemente de proiectare didactică.....	113
12.2.1. Manualele școlare alternative.....	114
12.2.2. Lectura personalizată a programelor școlare de matematică.....	117
12.2.3. Planificarea calendaristică.....	117
12.2.4. Proiectarea unităților de învățare.....	118
12.2.5. Proiectul de lecție.....	119
Test de autoevaluare.....	120
Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	120
Lucrare de verificare.....	120
Rezumat.....	120
Bibliografie.....	120
Bibliografie.....	121

INTRODUCERE

Această carte se adresează în principal studenților din anul II de la Facultatea de Psihologie și Științele Educației-secția: Pedagogie Învățământ Primar și Preșcolar, care se pregătesc să devină institutori/profesorii pentru învățământul primar și preșcolar, atât la forma învățământ-zi, cât și la cea la distanță. Volumul are și un caracter post-universitar, dorind să fie util educatorilor-învățătorilor/institutorilor/profesorilor din învățământul primar și preșcolar ce își pregătesc examene de definitivat sau de grad II, precum și tuturor acelor care doresc să-și confrunte propria experiență cu ideile vehiculate în text sau celor interesați de învățământul preșcolar-primar.

Scopul lucrării de față este să-i familiarizeze pe cei interesați cu cele mai importante probleme legate de predarea-învățarea matematicii în grădiniță și clasele I-IV.

După parcurgerea și asimilarea acestei lucrări cititorul va fi capabil:

-să cunoască și să aplice metodologia predării-învățării principalelor conținuturi ale matematicii preșcolarului și școlarului mic;

-să folosească creator cunoștințele expuse în această carte, în activitatea de proiectare, organizare și desfășurare a unei lecții de matematică;

-să-și formeze capacitatea de autoevaluare a demersului metodic din lecția de matematică.

Lucrarea a fost scrisă astfel ca limbajul, noțiunile și succesiunea temelor să fie în concordanță cu programele actuale.

Materialul lucrării este structurat în 12 unități de învățare, fiecare cuprinzând rubricile: “Cuprins, Obiectivele unității de învățare, Conținutul unității de învățare, Test de autoevaluare, Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare, Rezumat, Bibliografie”, iar unitățile de învățare numărul: 3, 4, 8, 12 conțin în plus câte o “Lucrare de verificare”. Punctajul propus pentru evaluarea fiecărei lucrări se află menționat după enunțul subiectelor.

Principiul care a stat la baza structurării lucrării constă în prezentarea problemelor metodice care se pot conecta la conținuturile esențiale ale matematicii școlare din clasele I-IV, astfel încât în conținutul cărții se regăsesc temele: **OBIECTUL METODICII PREDĂRII MATEMATICII, JOCUL DIDACTIC MATEMATIC, FORMAREA CONCEPTULUI DE NUMĂR NATURAL- PROBLEME METODICE, METODOLOGIA PREDĂRII-ÎNVĂȚĂRII OPERAȚIILOR ÎN MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE, METODOLOGIA PREDĂRII-ÎNVĂȚĂRII MĂRIMILOR ȘI UNITĂȚILOR DE MĂSURĂ PENTRU MĂRIMI, PREDAREA ELEMENTELOR DE GEOMETRIE, PREDAREA FRAȚIILOR, METODOLOGIA REZOLVĂRII PROBLEMELOR, PROBLEME SPECIFICE ALE PREDĂRII-ÎNVĂȚĂRII MATEMATICII ÎN CONDIȚIILE MUNCII SIMULTANE, ROLUL MIJLOACELOR DE ÎNVĂȚĂMÂNT ÎN LECȚIA DE MATEMATICĂ, EVALUAREA ÎN CADRUL LECȚIILOR DE MATEMATICĂ ȘI ELEMENTE DE PROIECTARE DIDACTICĂ LA MATEMATICĂ.**

Unitatea de învățare nr. 1

OBIECTUL METODICII PREDĂRII MATEMATICII

Cuprins

Obiectivele unității de învățare.....	1
§1.1. Obiectul metodicii predării matematicii.....	1
§1.2. Sarcinile metodicii predării matematicii.....	2
Test de autoevaluare.....	2
Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	2
Rezumat.....	2
Bibliografie.....	2

Obiectivele unității de învățare

În urma parcurgerii acestei unități de învățare, studenții vor fi capabili:

- să cunoască obiectul metodicii predării matematicii;
- să explice importanța studierii acesteia;
- să enumere sarcinile metodicii predării matematicii.

§1.1. Obiectul metodicii predării matematicii

Prin **metodică** se înțelege cea parte a didacticii generale care tratează despre principiile și regulile de predare proprii fiecărui obiect de studiu.

Metodica predării matematicii este o disciplină de graniță între matematică, pedagogie și psihologie. Obiectul ei de studiu se conturează din analiza relațiilor ei cu matematica și pedagogia. **Metodica predării matematicii studiază învățământul matematic sub toate aspectele: conținut, metode, forme de organizare etc.**

Metodica predării matematicii pentru învățământul preșcolar și școlar trebuie să indice cum să se organizeze predarea-învățarea eficientă a noțiunilor de aritmetică, algebră și geometrie din învățământul preuniversitar. Matematica constituie conținutul asupra căruia metodică predării își exersează metodele. Ea se adaptează și devine specifică acestui conținut.

Prin acest fapt devine o disciplină matematică.

Se încetățenește tot mai mult și termenul de **metodologie didactică**, înțeleasă ca știință a metodelor utilizate în procesul de învățământ, ca teorie a naturii, locului și a strategiilor, metodelor, tehnicilor și procedeelelor întrebuintate în predare și învățare.

Metodologia învățământului matematic are ca obiect analizarea legităților procesului studierii matematicii în școală, cu toate implicațiile informative și formative ale acestei activități. Ea are o triplă valență: **teoretică**, de fundamentare prin cercetare și explicare logico-științifică și didactică a procesului învățării matematicii; **practică-aplicativă**, de fundamentare a bazelor elaborării normelor privind organizarea și conducerea științifică a activității de învățare a matematicii; **de dezvoltare, creare și ameliorare continuă** a demersurilor și soluțiilor metodice specifice acestei activități, în vederea obținerii unei eficiențe tot mai înalte.

Pe baza cunoașterii celor doi factori principali, matematica și copilul, **metodica predării-învățării matematicii analizează** în spiritul logicii științelor moderne: **obiectivele, conținuturile, strategiile didactice, mijloacele de învățământ folosite, formele de activitate și de organizare a elevilor, modalitățile de evaluare a randamentului și progresului școlar, bazele cultivării unor repertorii motivaționale favorabile învățării matematicii**. Ea își propune totodată, să ofere alternative teoretico-metodologice, norme și modele posibile de lucru, care să asigure optimizarea învățământului matematic în ciclul primar.

§ 1.2. Sarcinile metodicii predării matematicii

Principalele sarcini ale metodicii predării matematicii sunt:

- selectarea din matematica-știință a conceptelor, rezultatelor și ideilor fundamentale care vor fi predate elevilor, urmată de organizarea lor pe anumite trepte de atractivitate și prin anumite grade de rigoare și complexitate;
- identificarea principalelor trăsături, instrumente, metode și aplicații, caracteristice diferitelor discipline matematice și indicarea tiparelor de gândire matematică accesibile elevilor la diferite vârste;
- investigarea modului în care cunoștințele matematice devin utile altor discipline;
- detalierea metodologică a fiecărei teme de studiu indicând căile potrivite pentru explicarea ei cât mai accesibilă;
- stabilirea mijloacelor specifice de control a activității matematice a elevilor, a mijloacelor specifice de evaluare a progresului de învățare;
- indicarea modului de organizare a studiului individual cu referire la folosirea manualelor, a revistelor de matematică, a culegerilor de probleme, a unor activități din afara clasei, cercuri de matematică, olimpiade;
- stabilirea liniilor directoare în organizarea procesului predării-învățării matematicii;
- oferirea de răspunsuri adecvate varietății de situații educaționale întâlnite în practică.

Test de autoevaluare

1. Precizați importanța studierii metodicii predării matematicii, în formarea unui bun institutor.
2. Formulați obiectul metodicii predării matematicii.
3. Enumerați sarcinile metodicii predării matematicii.

Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

1. Revedi 1.1.(Obiectul metodicii predării matematicii).
2. Revedi 1.1.(Obiectul metodicii predării matematicii).
3. Revedi 1.2.(Sarcinile metodicii predării matematicii), enumeră cel puțin 5 sarcini.

Rezumat

Această temă are ca scop familiarizarea cu obiectul și importanța metodicii predării matematicii. Sunt analizate sarcinile metodicii predării matematicii.

Bibliografie

- Aron, I.: *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1975.
- Brânzei, D., Brânzei, R.: *Metodica predării matematicii*. Editura Paralela 45, Pitești, 2000.
- Lupu, C., Săvulescu, D.: *Metodica predării matematicii. Manual pentru clasa a XI-a. Licee pedagogice*. Editura Paralela 45, Pitești, 2000.
- Neașu, I.: *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1988.
- Panțuru, S., Păcurar, D.C.: *Didactica. Curs de pedagogie. Partea a II-a*. Universitatea Transilvania din Brașov, 1997.

Unitatea de învățare nr. 2

JOCUL DIDACTIC MATEMATIC

Cuprins

Obiectivele unității de învățare.....	3
§2.1. Conceptul de joc didactic.....	3
§2.2. Valențele formative ale utilizării jocului didactic matematic în cadrul lecției de matematică a preșcolarului și a școlarului	4
§2.3. Caracteristicile jocului didactic matematic.....	5
§2.4. Metodologia organizării și desfășurării jocului didactic matematic.....	6
§2.5. Clasificarea jocurilor didactice matematice.....	7
§2.6. Jocurile logico-matematice. Caracteristici și clasificări.....	8
Test de autoevaluare.....	9
Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	9
Rezumat.....	9
Bibliografie.....	9

Obiectivele unității de învățare

- În urma parcurgerii acestei unități de învățare, studenții vor fi capabili:
- să aplice metodologia organizării și desfășurării jocului didactic matematic;
 - să conștientizeze importanța utilizării jocului didactic matematic în cadrul lecției;
 - să integreze jocul didactic matematic în sistemul activităților cu conținut matematic;
 - să înțeleagă mecanismul de transformare a unei probleme matematice în joc didactic și să realizeze exerciții de acest gen;
 - să enumere valențele formative ale utilizării jocului didactic matematic;
 - să exemplifice pe modele de jocuri didactice matematice, caracteristicile și momentele organizării și desfășurării unui joc didactic matematic;
 - să cunoască clasificări ale jocurilor didactice matematice;
 - să explice care este locul jocului didactic în cadrul lecției de matematică.

§2.1. Conceptul de joc didactic

Definiție 1. Jocul didactic este un tip de joc care îmbină elementele instructiv-educative cu elementele distractive.

Definiție 2. Jocul didactic este un tip de joc prin care institutorul consolidează, precizează, verifică și îmbogățește cunoștințele predate copiilor, înlesnind rezolvarea problemelor propuse acestora, le pune în valoare și antrenează capacitățile creatoare ale acestora.

Definiție 3. Jocul didactic este o formă de activitate atractivă și accesibilă copilului, prin care se realizează sarcinile instructiv-educative ale învățământului. El reprezintă un ansamblu de acțiuni și operații care, paralel cu destinderea, buna dispoziție și bucuria, urmărește obiective de pregătire intelectuală, tehnică, morală, fizică a copilului. Așadar, atunci când jocul este utilizat în procesul de învățământ, el dobândește funcții psiho-pedagogice semnificative, asigurând participarea activă a copilului la lecții sporind interesul de cunoaștere față de conținutul lecțiilor.

Între jocul didactic și procesul instructiv-educativ există o dublă legătură: jocul sprijină și îmbunătățește procesul instructiv-educativ fiind însă și condiționat de acesta prin pregătirea anterioară a copilului în domeniul în care se desfășoară jocul.

Jocul didactic constituie una din principalele metode active, deosebit de eficientă în activitatea instructiv-educativă cu preșcolarii și școlarii mici. Importanța acestui mijloc de instruire și educare este demonstrată și de faptul că reprezintă nu numai o metodă de învățământ,

ci și un procedeu care însoțește alte metode sau poate constitui o formă de organizare a activității copiilor.

§ 2.2. Valențele formative ale utilizării jocului didactic matematic în cadrul lecției de matematică a preșcolarului și a școlarului mic

Pentru sporirea eficienței lecțiilor cu conținut matematic pentru preîntâmpinarea eșecului școlar, eliminarea supraîncărcării este necesar a introduce în lecție elemente de joc prin care să se îmbine într-un tot armonios atât sarcini și funcții specifice jocului, cât și sarcini și funcții specifice învățării.

Folosit cu măiestrie, jocul didactic matematic creează un cadru organizatoric care favorizează dezvoltarea curiozității și interesului copiilor pentru tema studiată, a spiritului de investigație și formarea deprinderilor de folosire spontană a cunoștințelor dobândite, relații de colaborare, ajutor reciproc, integrarea copilului în colectiv.

Jocurile didactice matematice au un mare rol în consolidarea, adâncirea, sistematizarea și verificarea cunoștințelor în dezvoltarea multilaterală a preșcolarilor și a școlarilor mici.

Prin intermediul jocului didactic aceștia își îmbogățesc experiența cognitivă, învață să manifeste o atitudine pozitivă sau negativă față de ceea ce întâlnesc, își educă voința și pe această bază formativă își conturează profilul personalității.

Jocul didactic este necesar deoarece prin el copilul trece lent, recreativ, pe nesimțite spre o activitate intelectuală serioasă.

Jocul didactic realizează cu succes conexiunea inversă. Prin joc, atât cadrul didactic cât și copilul primesc informații prompte despre efectul acțiunii de predare-învățare, despre valoarea veridică a cunoștințelor sau a răspunsurilor pe care copilul le dă la sarcina didactică pusă în evidență.

Prin această informație inversă, imediat efectivă despre randamentul și calitatea procesului didactic devine posibilă reactualizarea, reconștientizarea și aprecierea procesului învățării, dând posibilitatea institutorului să controleze și autocontroleze cum au fost însușite, înțelese elementele cunoașterii. Confirmarea imediată a răspunsului are un efect psihologic dinamizant, mobilizator pentru elev, stimulându-i activitatea ulterioară de învățare. Bucuria succeselor mărește încrederea în forțele proprii, promovează progresul intelectual al celui care învață.

Prin folosirea jocului didactic se poate instaura un climat favorabil conlucrării fructuoase între copii în rezolvarea sarcinilor jocului, se creează o tonalitate afectivă pozitivă de înțelegere, se stimulează dorința copiilor de a-și aduce contribuția proprie. În joc institutorul poate sugera copiilor să încerce să exploreze mai multe alternative, se poate integra în grupul de elevi în scopul clarificării unor direcții de acțiune sau pentru selectarea celor mai favorabile soluții.

Prin intermediul jocului didactic se pot asimila noi informații, se pot verifica și consolida anumite cunoștințe, priceperi și deprinderi, se pot dezvolta capacități cognitive, afective și volitive ale copiilor.

Copiii pot fi activați să rezolve în joc sarcini didactice cu mari valențe formativ-educative cum sunt: analiza și sinteza situației problemă, identificarea situației, descrierea acesteia, identificarea personajelor și descrierea lor, formularea de întrebări pentru clarificări, elaborarea de răspunsuri la întrebări, aprecierea soluțiilor prin comparare, explorarea consecințelor.

Prin mobilizarea specială a activității psihice jocul didactic devine terenul unde se pot dezvolta cele mai complexe și mai importante **influențe formative**:

-i se creează copilului posibilitatea de a-și exprima gândurile și sentimentele; îi dă prilejul să-și afirme eu-l, personalitatea;

- stimulează cinstea, răbdarea, spiritul critic și autocritic, stăpânirea de sine;
- prin joc se încheagă colectivul clasei (grupa), copilul este obligat să respecte inițiativa colegilor și să le aprecieze munca, să le recunoască rezultatele;
- trezește și dezvoltă interesul copiilor față de învățatură, față de școală, față de matematică;
- contribuie la dezvoltarea spiritului de ordine, la cultivarea dragostei de muncă, îl obișnuiește cu munca în colectiv;
- cultivă curiozitatea științifică, frământarea, preocuparea pentru descifrarea necunoscutului;
- trezește emoții, bucurii, nemulțumiri.

§2.3. Caracteristicile jocului didactic matematic

Jocul didactic este o activitate instructiv-educativă care are o structură specifică îmbinând în mod organic partea distractivă cu instrucția, menținând însă specificul de activitate didactică prin structura sa.

Jocul didactic se deosebește de alte jocuri prin anumite **caracteristici** și anume: **scopul didactic, sarcina didactică, elemente de joc, conținutul matematic, materialul didactic folosit și regulile jocului.**

Scopul didactic - se formulează în legătură cu cerințele programei școlare pentru clasa respectivă, reflectate în finalitățile jocului. Formularea trebuie să fie clară și să oglindească problemele specifice impuse de realizarea jocului respectiv.

Sarcina didactică - reprezintă problema pe care trebuie să o rezolve copii în mod concret în timpul jocului (recunoaștere, denumire, descriere, reconstituire, comparație) pentru a realiza scopul propus. În general, un joc didactic are o singură sarcină didactică. Gradul de realizare al sarcinii didactice și calitatea ei se constituie în formă de evaluare.

Elemente de joc – trebuie să se împletească strâns cu sarcina didactică și să mijlocească realizarea ei în cele mai bune condiții, constituindu-se în elemente de susținere ale situației de învățare, ele pot fi dintre cele mai variate: întrecerea individuală sau pe echipe, cooperarea între participanți, recompensarea rezultatelor bune, penalizarea greșelilor comise de către cei antrenați în jocurile de rezolvare a exercițiilor sau problemelor, surpriza, așteptarea, aplauzele, încurajarea, etc.

Conținutul matematic - trebuie să fie accesibil, recreativ și atractiv prin forma în care se desfășoară, prin mijloacele de învățământ utilizate, prin volumul de cunoștințe la care se apelează. El reprezintă cunoștințele predate anterior, sau care urmează să fie predate copiilor.

Materialul didactic - reușita jocului didactic matematic depinde în mare măsură de materialul didactic folosit, de alegerea corespunzătoare și de calitatea acestuia. Materialul didactic trebuie să fie variat, cât mai adecvat conținutului jocului, să slujească cât mai bine scopului urmărit. Astfel se pot folosi: planșe, jucării, folii, fișe individuale, cartonașe, jetoane, truse de figuri geometrice.

Regulile jocului - pentru realizarea sarcinilor propuse și pentru stabilirea rezultatelor întrecerii se folosesc reguli de joc propuse de institutor sau cunoscute în general de elevi. Aceste reguli concretizează sarcina didactică și realizează în același timp sudura între aceasta și acțiunea jocului. Regulile de joc transformă de fapt exercițiul sau problema în joc, activând întregul colectiv la rezolvarea sarcinilor primite. Ele trebuie să fie formulate clar, corect, să fie înțelese de elevi și în funcție de reguli se stabilește și punctajul.

Un exercițiu sau o problemă de matematică poate deveni joc didactic matematic dacă îndeplinește următoarele condiții:

- urmărește un scop și realizează o sarcină didactică;
- folosește elemente de joc în vederea realizării sarcinii propuse;
- folosește un conținut matematic accesibil și atractiv;

-utilizează reguli de joc cunoscute, anticipate și respectate de elevi.

§2.4. Metodologia organizării și desfășurării jocului didactic matematic

Sub aspect metodic, jocul didactic necesită o pregătire detaliată. În jocurile didactice, institutorul nu mai are rolul de a preda cunoștințele, de a prezenta și a da de-a gata soluțiile unei probleme. El provoacă anumite probleme, anumite situații în fața cărora sunt duși copiii. Aceștia vor descoperi singuri calea de rezolvare, doar în cazul în care jocul este mai dificil, soluția va fi sugerată discret de dascăl.

Explicațiile cadrului didactic vor fi cât mai simple și scurte, adecvate scopului urmărit prin joc, punându-se accent pe înțelegerea elementelor esențiale. Unele precizări se pot face pe parcursul desfășurării jocului. Când jocul se repetă, se poate renunța la explicații.

Răspunsurile la întrebările jocului pot fi date prin acțiune sau prin explicații verbale.

Institutorul va acorda atenție deosebită copiilor cu o exprimare greoaie sau capacitate de înțelegere mai redusă, aceștia fiind mereu antrenați și încurajați.

Reușita jocului este condiționată de proiectarea, organizarea și desfășurarea lui metodică, de modul în care, cadrul didactic asigură concordanță între elementele care-l definesc.

Pentru aceasta se impun niște **cerințe de bază**:

- pregătirea jocului didactic matematic;
- organizarea judicioasă a acestuia;
- respectarea momentelor jocului;
- ritmul și strategia conducerii lui;
- stimularea elevilor în vederea participării active la joc;
- asigurarea unei atmosfere prielnice;
- varietatea elementelor de joc (complicarea jocului).

Pregătirea jocului didactic matematic presupune:

- pregătirea institutorului (studierea conținutului și a structurii jocului; pregătirea materialului didactic: procurarea sau confecționarea lui);
- împărțirea corespunzătoare a copiilor;
- distribuirea materialului necesar desfășurării jocului.

Desfășurarea jocului cuprinde următoarele momente:

- introducerea în joc (prin discuții pregătitoare);
- anunțarea titlului și scopului acestuia (sarcina didactică);
- prezentarea materialului;
- explicarea și demonstrarea regulilor jocului;
- fixarea regulilor;
- demonstrarea jocului de către institutor;
- executarea de probă a jocului;
- executarea jocului de către copii;
- complicarea jocului sau introducerea unor noi variante;
- încheierea jocului (evaluarea conduitei de grup sau individuale).

Introducerea în joc se face în funcție de tema acestuia. Uneori se face printr-o discuție cu efect motivator, printr-o expunere, pentru a stârni interesul și atenția copiilor, sau direct prin prezentarea materialului.

Anunțarea jocului se face în termeni preciși, excluzând explicațiile ambigue.

Explicarea jocului fiind un element hotărâtor, institutorul are următoarele sarcini:

- să facă copiii să înțeleagă sarcinile ce le revin;
- să precizeze regulile jocului;
- să prezinte conținutul jocului, principalele etape în funcție de regulile jocului;
- să arate modul de folosire al materialului didactic;

-să precizeze sarcinile conducătorului de joc și cerințele prin care copilul poate deveni câștigător.

Fixarea regulilor. Regulile realizează legăturile dintre sarcina didactică și acțiunea jocului. Fiecare joc didactic are cel puțin două reguli:

-prima regulă traduce sarcina didactică într-o acțiune concretă, atractivă, astfel exercițiul este transpus în joc;

-a doua regulă are rol organizatoric și precizează când trebuie să înceapă sau să se termine o anumită acțiune a jocului, ordinea în care trebuie să intre în joc.

Executarea jocului. Este important de remarcat faptul că ritmul și intensitatea jocului didactic trebuie să crească treptat, de aceea se evită în timpul jocului intervențiile inutile. Pentru a menține și chiar mări interesul pentru jocul respectiv este bine să se introducă pe parcurs unele reguli noi, materiale noi și în special să se complăce sarcinile didactice.

Executarea jocului începe la semnal. Se reamintesc regulile și se dau indicații organizatorice.

Jocul copiilor poate fi **condus direct de institutor** sau **indirect**, când institutorul participă și el la joc, fără să interpreteze rolul de conducător. Pe parcursul jocului, cadrul didactic poate trece de la conducerea directă la cea indirectă.

Sarcinile conducătorului de joc sunt:

-să imprime ritmul jocului;

-să mențină atmosfera de joc;

-să urmărească evoluția jocului, evitând momentele de monotonie, de întrerupere;

-să controleze modul în care se realizează sarcina didactică;

-să activeze toți copiii la joc;

-să creeze cerințele necesare pentru ca fiecare participant să rezolve sarcina didactică în mod independent sau în colaborare;

-să urmărească comportarea copiilor, precum și relațiile dintre ei;

-să urmărească respectarea regulilor jocului.

În **încheierea jocului** cadrul didactic formulează concluzii asupra felului în care s-a desfășurat jocul, s-au executat sarcinile primite, asupra comportării copiilor, făcând recomandări și evaluări cu caracter individual și general.

Rezultatele jocului creează numeroase manifestări spontane de bucurie sau supărare, de mulțumire sau regret care nu lasă indiferenți nici pe elevi, nici pe dascăli.

Jocul trebuie oprit la timp, lăsându-se câteva minute pentru strângerea ordonată a materialului folosit, atât cel demonstrativ, cât și cel individual, obișnuind în acest fel pe elevi cu ordinea și disciplina în muncă.

§2.5. Clasificarea jocurilor didactice matematice

Jocurile didactice folosite în predarea matematicii sunt dificil de clasificat, existând numeroase criterii care pot îmbrăca forme diferite:

-jocuri didactice sub formă de exerciții bazate pe întrecere;

-jocuri de creație;

-jocuri distractive;

-jocuri de perspicacitate;

-jocuri logico-matematice;

-jocuri desfășurate pe bază de materiale;

-jocuri mute.

După momentul de folosire în cadrul lecției, există următoarea clasificare:

- jocuri didactice matematice, **ca lecție completă**, de sine stătătoare;
- jocuri didactice matematice folosite **ca momente propriu-zise ale lecției** (de exemplu la începutul lecției, pentru captarea atenției);
- jocuri didactice matematice **în completarea lecției, intercalate pe parcursul lecției** (când copii dau semne de oboseală) sau în **final**.

După conținutul capitolelor de însușit în cadrul matematicii sau în cadrul claselor există:

- jocuri didactice matematice **pentru aprofundarea însușirii cunoștințelor specifice unei unități didactice** (lecție, grup de lecții, capitol sau subcapitol);
- jocuri didactice matematice specifice unei vârste și clase.

După conținutul unităților de învățare, se disting următoarele tipuri de jocuri:

- jocuri didactice matematice pentru însușirea cunoștințelor despre culori, orientare spațială, elemente și noțiuni de geometrie;
- jocuri logico-matematice pentru însușirea cunoștințelor despre mulțimi;
- jocuri didactice matematice pentru însușirea șirului de numere naturale;
- jocuri didactice matematice pentru însușirea operațiilor cu numere naturale: adunare, scădere, înmulțire, împărțire;
- jocuri didactice matematice pentru însușirea noțiunii de fracție;
- jocuri didactice matematice pentru însușirea și consolidarea unităților de măsură.

§2.6. Jocurile logico-matematice. Caracteristici și clasificări

O categorie specială de jocuri didactice matematice este dată de jocurile logico-matematice, care urmăresc cultivarea unor calități ale gândirii și exersarea unei logici elementare.

Materialul didactic necesar organizării jocurilor logico-matematice este o trusă cu figuri geometrice (trusa lui Z. Dienes) cu 48 piese care se disting prin 4 variabile, fiecare având o serie de valori distincte după cum urmează:

- formă cu patru valori: triunghi, pătrat, dreptunghi, cerc;
- culoare cu 3 valori: roșu, galben, albastru;
- mărime cu 2 valori: gros, subțire.

Piesele posedă cele 4 atribute în toate combinațiile posibile, fiecare fiind unicat ($4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$).

În organizarea jocului se poate folosi trusa completă sau o parte din ea.

Elevii trebuie să cunoască bine dimensiunea pieselor logice sau a figurilor geometrice, să descrie proprietățile lor geometrice. În acest scop este necesar a relua anumite activități din cadrul grădiniței și a le adapta la cerințele specifice organizării instructiv-educative ale învățământului primar.

După noțiunile folosite și operațiile logice efectuate de elevi se poate face următoarea clasificare a jocurilor logico-matematice:

- jocuri pentru construirea mulțimilor;
- jocuri de aranjare a pieselor în tablouri;
- jocuri de diferențe;
- jocuri pentru aranjarea pieselor în două cercuri (operații cu mulțimi);
- jocuri de perechi;
- jocuri de transformări ;
- jocuri de mulțimi echivalente (echipotente).

Fiecare tip de joc are mai multe variante; parcurgerea întregii game de variante nu este obligatorie și nici strict necesară pentru a trece la jocurile de tipul următor.

Test de autoevaluare

1. Prezentați caracteristicile unui joc didactic matematic.
2. Definiți jocul didactic.
3. Enumerați cel puțin 5 valențe formative induse de jocul didactic matematic.
4. Precizați locul jocului didactic în lecția de matematică.
5. Exemplificați caracteristicile și momentele organizării și desfășurării unui joc didactic matematic.

Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

1. Revezi 2.3. (Caracteristicile jocului didactic matematic).
2. Revezi 2.1. (Conceptul de joc didactic).
3. Revezi 2.2. (Valențe formative ale utilizării jocului didactic matematic în cadrul lecției de matematică a preșcolarului și a școlarului mic).
4. Revezi 2.5. (Clasificarea jocurilor didactice matematice- după momentul de folosire în cadrul lecției).
5. Revezi 2.3. și 2.4. (Caracteristicile jocului didactic matematic; Metodologia organizării și desfășurării jocului didactic matematic).

Rezumat

Această temă este dedicată studierii jocului didactic matematic utilizat în cadrul lecției preșcolarului și a școlarului mic. Este definit conceptul de joc didactic și sunt prezentate valențele formative ale utilizării jocului didactic matematic. Sunt analizate caracteristicile unui joc didactic matematic, fiind tratată apoi metodologia organizării și desfășurării acestuia. Sunt prezentate clasificări ale jocurilor didactice matematice.

Bibliografie

Atanasiu, Gh., Purcaru, M.A.P.: *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*, Editura Universității „Transilvania” din Brașov, 2002.

Bulboacă, M., Alecu, M.: *Metodica activităților matematice în grădiniță și clasa I*. Editura Sigma, București, 1996.

Lupu, C., Săvulescu, D.: *Metodica predării matematicii. Manual pentru clasa a XI-a. Lincee pedagogice*. Editura Paralela 45, Pitești, 2000.

Neacșu, I. (coordonator): *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1988.

Neagu, M., Beraru, G.: *Activități matematice în grădiniță*. Editura AS'S, 1995.

Roșu, M.: *Didactica matematicii în învățământul primar*, MEC, Unitatea de Management a Proiectului pentru Învățământul Rural, 2007.

****Manualele școlare (în vigoare) de matematică pentru clasele I-IV*.

***Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului, Consiliul Național pentru Curriculum. Programe școlare pentru învățământul primar, revizuite. București, 2003(I,II), 2004(III), 2005(IV).

***SNEE, CNC, Descriptori de performanță pentru învățământul primar, Editura ProGnosis.

Unitatea de învățare nr. 3

FORMAREA CONCEPTULUI DE NUMĂR NATURAL. PROBLEME METODICE

Cuprins

Obiectivele unității de învățare.....	10
§3.1. Conceptul de număr natural.....	10
3.1.1. Numerele naturale ca numere cardinale.....	10
3.1.2. Aspectul cardinal al numărului natural.....	12
3.1.3. Aspectul ordinal al numărului natural.....	12
§3.2. Probleme generale și specifice ale predării-învățării numerației în grădiniță și clasa I...	13
§3.3. Compunerea și descompunerea numerelor naturale.....	14
§3.4. Predarea-învățarea numerelor naturale în centrul 0-10.....	15
§3.5. Predarea-învățarea numerelor naturale în centrul 10-100.....	17
§3.6. Predarea-învățarea numerelor naturale scrise cu trei sau mai multe cifre.....	17
Test de autoevaluare.....	18
Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	18
Lucrare de verificare.....	18
Rezumat.....	18
Bibliografie.....	18

Obiectivele unității de învățare

În urma parcurgerii acestei unități de învățare, studenții vor fi capabili:

- să cunoască suportul științific al introducerii unui număr natural, ca proprietate a mulțimilor finite echivalente;
- să precizeze problemele generale și specifice ale predării-învățării numerației în grădiniță și în clasa I;
- să dirijeze procesul de predare-învățare pentru însușirea algoritmilor de compunere și descompunere a numerelor și de stabilire a relației de ordine între acestea;
- să distingă în descrierea numerelor naturale aspecte legate de semnul grafic al numărului (cifra), denumirea numărului în plan lingvistic și noțiunea propriu-zisă de număr;
- să aplice metodologia introducerii unui număr natural, în grădiniță și în clasa I;
- să conștientizeze noțiunile de ordin și clasă;
- să descrie modalități de predare a numerației în concentratele: 0-10, 10-100 și pentru numerele scrise cu trei sau mai multe cifre.

§3.1. Conceptul de număr natural

3.1.1. Numerele naturale ca numere cardinale

Pentru a contura conceptul de număr natural se va porni de la noțiunile de mulțime și relație.

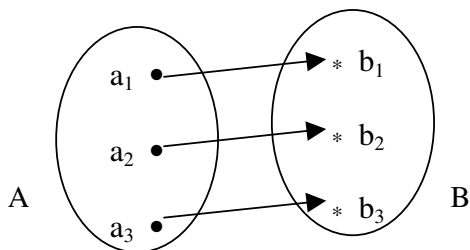


Fig. 3.1.

Fie A și B două mulțimi. Se va spune că cele două mulțimi sunt **echipotente** dacă există o bijecție f a mulțimii A pe mulțimea B . Acest fapt se scrie astfel: " $A \sim B$ " și se citește: mulțimea A este echipotentă cu mulțimea B . De exemplu, mulțimile $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ și $B = \{b_1, b_2, b_3\}$ sunt echipotente - lucru ce rezultă din fig. 3.1.

Relația de echipotență “ \sim ” se bucură de următoarele proprietăți:

1. Relația de echipotență “ \sim ” este reflexivă, adică $A \sim A$.
2. Este simetrică, adică, dacă $A \sim B \Rightarrow B \sim A$.
3. Este tranzitivă, adică, dacă $A \sim B$ și $B \sim C \Rightarrow A \sim C$.

Aceste proprietăți se verifică imediat:

1. $A \sim A$, oricare ar fi mulțimea A , pentru că funcția $f : A \rightarrow A$, $f(x) = x$ este o bijecție.
2. $A \sim B \Rightarrow B \sim A$, căci dacă există o bijecție $f : A \rightarrow B$, atunci există funcția inversă $f^{-1} : B \rightarrow A$, care este tot o bijecție.
3. $A \sim B$ și $B \sim C \Rightarrow A \sim C$, deoarece dacă există funcțiile bijective $f : A \rightarrow B$ și $g : B \rightarrow C$, atunci funcția compusă $g \circ f : A \rightarrow C$ este tot o bijecție.

Relația de echipotență fiind reflexivă, simetrică și tranzitivă este o relație de **echivalență**. Înseamnă că mulțimile sunt împărțite de relația de echipotență “ \sim ” în clase de echivalență (disjuncte), numite **clase de echipotență**.

Definiție: Se numesc **cardinale**, clasele de echipotență determinate de relația “ \sim ”.

Clasa de echipotență căreia îi aparține mulțimea A se numește cardinalul mulțimii A și se notează cu \overline{A} , sau cu $\text{card } A$.

Din definiție rezultă că $\overline{A} = \overline{B} \Leftrightarrow A \sim B$.

După cum se observă, definiția noțiunii de număr cardinal este foarte abstractă deci ea nu poate fi introdusă astfel copiilor. Problema care se pune este cum trebuie introdus acest concept la micii școlari. Se impune ca institutorul să înțeleagă foarte bine semnificația noțiunii de aspect cardinal care stă la baza noțiunii de număr natural.

Se consideră o mulțime M și fie mulțimea părților ei, $P(M)$. O asemenea mulțime ar fi formată din mulțimea vidă, din mulțimi cu câte un element, din mulțimi cu câte două elemente ș.a.m.d. Nu interesează natura elementelor acestor mulțimi.

În această mulțime $P(M)$ există submulțimi vide, submulțimi cu câte 1 element cu câte 2 elemente, cu câte 3 elemente etc.

Pe această mulțime se definește relația de echipotență “ \sim ”, astfel: mulțimea care are un triunghi este echipotentă cu mulțimea care are o steluță sau cu mulțimea formată dintr-un dreptunghi ș.a.m.d. Deci, relația de echipotență **strânge** toate mulțimile care au această proprietate, anume aceea de a avea un singur element, într-o **clasă** de echipotență.

Această clasă este numită **numărul cardinal unu** și se notează cu semnul 1.

La fel, toate submulțimile cu câte două elemente sunt echipotente între ele formează o nouă clasă, care este numită numărul cardinal doi și se notează cu simbolul 2. Se observă că această clasă nu are elemente comune cu prima, deci ele sunt disjuncte.

Procedând în același mod, relația de echipotență adună într-o nouă clasă toate submulțimile cu câte trei elemente, obținând astfel clasa numită numărul cardinal trei, care se notează cu semnul 3.

Mulțimea vidă va determina clasa căreia i se spune zero și care se notează cu semnul 0.

Se construiesc progresiv toate clasele de echipotență, deci toate numerele cardinale.

Ce trebuie înțeles așadar, prin numărul cardinal 5? Se înțelege clasa tuturor mulțimilor cu cinci elemente indiferent de natura elementelor lor (din cinci caiete, cinci creioane, cinci nuci, cinci copii etc.). Se reține numai proprietatea comună de a avea cinci elemente. Trebuie, așadar, ca elevul să înțeleagă faptul că numărul 2, de pildă, este proprietatea comună a tuturor mulțimilor formate cu două elemente etc.

Se numește **număr natural** cardinalul unei mulțimi finite.

Deci, cardinalele construite pe această cale, în exemplul de mai sus, sunt numere naturale.

Mulțimea numerelor naturale este notată cu \mathbb{N} și este formată din următoarele elemente: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$.

3.1.2. Aspectul cardinal al numărului natural

Încă din cele mai vechi timpuri omul a trebuit să compare diferite mulțimi de obiecte pentru a vedea care mulțime conține mai multe obiecte. Astăzi acest lucru se face prin numărarea și compararea numerelor obținute ca rezultate ale numărării. Aceasta presupune că se cunosc deja numerele și că se știe a se număra.

Cum procedează micul școlar în fața unei asemenea necesități? El realizează o ordonare în perechi a elementelor mulțimilor ce se compară (bineînțelese finite), adică realizează ceea ce se numește corespondență **unu la unu**. Dacă această ordonare se poate realiza, atunci cele două mulțimi au **tot atâtea** elemente sau cele două mulțimi, diferite prin natura elementelor lor, sunt echipotente. Dacă însă toate elementele primei mulțimi sunt puse în corespondență numai cu o parte a elementelor celei de a doua mulțimi, atunci se spune că prima mulțime are **mai puține** elemente decât a doua sau că a doua mulțime are **mai multe** elemente decât prima.

O reprezentare grafică a acestor situații se prezintă în figura 3.2. În primul caz (fig. 3.2 a) mulțimile A și B au **tot atâtea** elemente. În cazul al doilea (fig. 3.2 b) mulțimea C are **mai puține** elemente decât mulțimea D , sau mulțimea D are **mai multe** elemente decât mulțimea C .

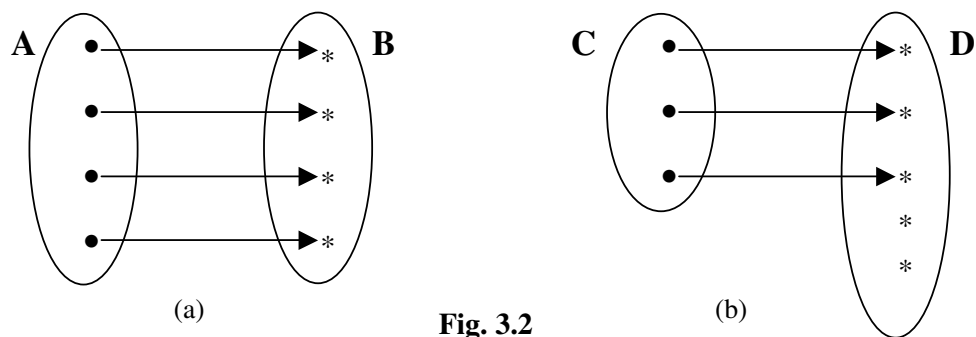


Fig. 3.2

Toate mulțimile care pot fi ordonate complet în acest fel au o proprietate comună, anume aceea că au același număr de elemente. Astfel se formează noțiunea de număr cardinal.

3.1.3. Aspectul ordinal al numărului natural

Necesitatea de a stabili o ordine în interiorul unei mulțimi a condus la aspectul ordinal al numărului natural. După un anumit criteriu, de exemplu, rezultatele la învățătură exprimate prin mediile obținute, se poate alcătui o ierarhie a elevilor într-o clasă stabilind cine este primul la învățătură, cine este al doilea, al treilea ș.a.m.d. (la o disciplină, sau ca medie generală etc.).

Numărul de ordine atașat într-o asemenea succesiune se numește **număr ordinal**.

Aspectele cardinale și ordinale s-au dezvoltat într-o legătură permanentă unele cu altele și formează cele două aspecte ale numerelor naturale, la care se adaugă numărul zero.

§ 3.2. Probleme generale și specifice ale predării-învățării numerației în grădiniță și clasa I

Copiii de vârstă școlară mică se găsesc în stadiul operațiilor concrete. Ei învață prin intuiție și manipulare directă de obiecte concrete, iar activitatea matematică reproduce, între anumite limite, spațiul fizic în care aceștia se dezvoltă.

Cercetările psihologice arată că la începutul vârstei școlare mici apar și se dezvoltă primele operații logice elementare: conjuncția, disjuncția logică și negația.

Formarea mulțimilor după una sau mai multe proprietăți ale elementelor lor cultivă și dezvoltă copiilor capacitatea de a lega între ele proprietățile obiectelor care alcătuiesc o mulțime, cu ajutorul elementelor de relație: sau - corespunzător disjuncției, și - corespunzător conjuncției, nu - corespunzător negației.

Tot prin activități practice, mânuind materialul didactic și verbalizând acțiunile folosind: conjuncția, disjuncția și negația se introduc operațiile cu mulțimi: reuniunea, intersecția și diferența a două mulțimi.

Pentru înțelegerea și însușirea operațiilor cu mulțimi este necesar ca institutorul să folosească jocurile logico-matematice, jocul disjuncției, al conjuncției, al negației, al perechilor, jocuri de formare a unei mulțimi, jocuri de ordonare a elementelor unei mulțimi etc.

În activitățile cu mulțimi, institutorul va folosi întotdeauna un limbaj matematic clar, precis, pe înțelesul și la nivelul de pregătire al copiilor.

Plecând de la activități logice de comparare a mulțimilor, copiii vor deveni conștienți de modul în care se stabilește corespondența (element cu element) a două mulțimi - suportul constituindu-l numeroase situații de viață. Introducerea conceptului de număr natural impune, ca o etapă premergătoare, familiarizarea copiilor cu noțiunea de relație de echivalență a mulțimilor, de clasă de echivalență, de echipotență între mulțimi stabilită de relația bijectivă **tot atâtea**, precum și de relația de ordine folosindu-se expresiile **mai multe**, **mai puține**.

Activitatea de punere în corespondență a elementelor a două mulțimi se poate desfășura în două direcții principale: - stabilirea echipotenței a două mulțimi (prin relația de corespondență element cu element), - construirea mulțimilor echipotente cu o mulțime dată (formând o clasă de echivalență).

O atenție deosebită trebuie să se acorde mijloacelor materiale și de comunicare, formulării concluziilor, manipulării obiectelor prin care se formează sau se pun în corespondență mulțimile și folosirii unui limbaj adecvat. De exemplu, în loc de funcție bijectivă se poate spune: **corespondență element cu element** sau se folosește relația: **tot atâtea elemente**, care este o relație de echivalență, iar în loc de mulțimi echipotente se spun: **mulțimi cu tot atâtea elemente** (care au același cardinal).

Corespondența element cu element a două mulțimi se poate indica grafic prin unirea cu o linie a unui element dintr-o mulțime cu un element din cea de-a doua sau prin alăturarea la fiecare element din prima mulțime a unui element din cea de-a doua mulțime.

Folosirea rigletelor oferă institutorului posibilitatea să efectueze cu copiii corespondențe între elementele unei mulțimi oarecare, iar o mulțime formată din **riglete unități** dispuse în linie dă posibilitatea copiilor să găsească riglete cu același număr de unități cât este numărul elementelor unei mulțimi (prin punere în corespondență).

Familiarizarea copiilor cu rigletele se realizează după ce în prealabil s-au efectuat exerciții de recunoaștere a culorilor și de egalizare a lungimilor. Comparând două riglete copiii vor deduce dacă au aceeași lungime sau nu, vor așeza în prelungire două sau mai multe riglete pentru a egala o rigletă de lungime mai mare. Cu ajutorul rigletelor se realizează o înțelegere mai rapidă a compunerii și descompunerii unui număr, utilă apoi în efectuarea operațiilor aritmetice.

În prima parte a unei activități de predare a unui număr se efectuează exerciții prin care se consolidează și se verifică în ce măsură copiii stăpânesc cunoștințele și deprinderile necesare pentru înțelegerea numărului nou.

În cadrul unei lecții se efectuează cu copiii exerciții ca:

- formarea mulțimilor;
- echipotența mulțimilor;
- raportarea numărului la cantitate și a cantității la număr;
- numărutul în limite cunoscute;
- stabilirea vecinilor numerelor;
- exerciții de adunare și scădere cu o unitate.

După efectuarea exercițiilor cu caracter pregătitor, se trece la predarea numărului nou.

§3.3. Compunerea și descompunerea numerelor naturale

Compunerea și descompunerea numerelor naturale trebuie să aibă ca punct de plecare procesul de formare a numărului prin adăugarea unei unități la numărul anterior. Prin exerciții de compunere și descompunere se realizează înțelegerea componenței numărului și pregătirea copiilor pentru însușirea operațiilor aritmetice de adunare și scădere.

Pentru a ușura înțelegerea compunerii unui număr, se pot confecționa tablouri individuale în două culori. Folosind materialul primit, de exemplu 5 creioane, se va cere copiilor să găsească variante de compunere a numărului 5, așezând un număr diferit de creioane pe ambele culori ale tabloului. Fiecare copil anunță posibilitățile găsite (3+2, 4+1, 1+4, 2+3, 0+5), explicând cum a lucrat. Pentru a cunoaște toate variantele de compunere a numărului 5, se vor efectua exerciții pe tabla magnetică. Se va așeza pe tablă o mulțime cu 4 creioane, se va cere copiilor să numere elementele mulțimii și să așeze alături cifra corespunzătoare. Se va solicita apoi copiilor să specifice câte creioane trebuie adăugate pentru a avea 5. Se va trage concluzia că numărul 5 a fost compus dintr-o mulțime cu 4 elemente la care s-a reunit o mulțime cu un element. În continuare se va proceda la fel în cazul compunerii numărului 5 din: 3+2, 2+3, 1+4, 0+5. (fig.3.3.)

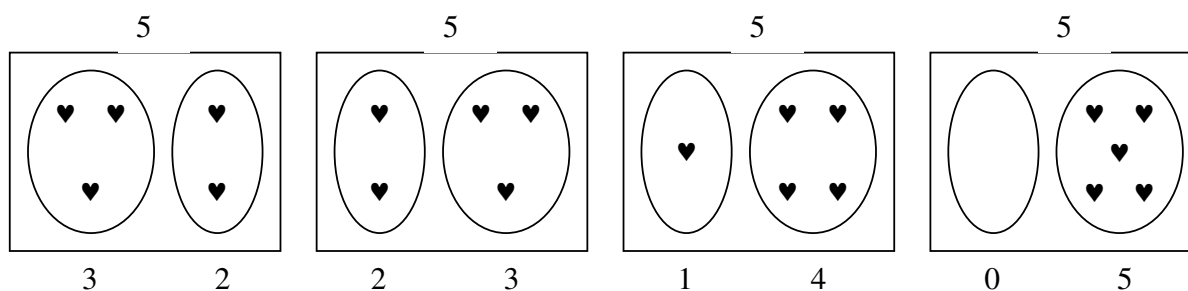


Fig. 3.3.

Compunerea se poate realiza și prin desen. Copiii pot desena un număr de pătrățele pe care le colorează în două culori, după preferință. La examinarea desenelor se va arăta câte pătrățele au o culoare și câte altă culoare.

Pentru descompunerea numerelor, copiii vor primi câte un cartonaș despărțit în două părți egale. Imaginar, acest cartonaș reprezintă o vitrină cu două rafturi, pe care copiii trebuie să așeze 5 mingi, după preferință. Discutând variantele găsite de copii, aceștia sunt dirijați să ajungă la concluzia că, oricum ar așeza elementele mulțimii, tot cinci sunt.

În ultima parte, se procedează ca în cazul compunerii. Institutatorul va așeza toate elementele mulțimii pe raftul de sus și va lua pe rând câte o minge și o va așeza pe raftul de

jos. Copiii vor citi variantele descompunerii numărului 5 în: 5 și 0, 4 și 1, 3 și 2, 2 și 3, 1 și 4, 0 și 5. Trebuie să li se atragă atenția copiilor că fiecare număr este format din unități și că atunci când este descompus în două numere, acestea două sunt mai mici fiecare decât numărul descompus, dar că împreună formează același număr (fig. 3.4.).

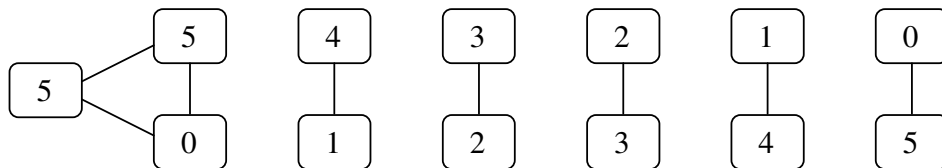


Fig. 3.4.

Este bine ca aceste grupări, în cazul compunerii și descompunerii numerelor să fie citite ca exerciții de adunare și scădere, apoi scrise la tabla magnetică cu ajutorul cifrelor. Operațiile de calcul mental (adunarea și scăderea) au la bază tocmai aceste reguli pe care copilul le-a descoperit așezând obiectele în diverse combinații.

§3.4. Predarea-învățarea numerelor naturale în centrul 0-10

Metodologia formării conceptului de număr natural se bazează pe faptul că elevii din clasele I-IV se află în stadiul operațiilor concrete, învățând în special prin intuire și manipulare directă a obiectelor. Pe măsura apropierii de clasa a IV-a are loc trecerea treptată către general și abstract.

În formarea conceptului de număr natural, acțiunea va precede intuiția, parcurgându-se următoarele etape:

- activități și acțiuni cu mulțimi de obiecte (etapa acțională);
- schematizarea acțiunii și reprezentarea grafică a mulțimilor (etapa iconică);
- traducerea simbolică a acțiunilor (etapa simbolică).

Raportul dintre aceste etape se schimbă în mod treptat pe parcursul evoluției de la intuitiv la logic, de la concret la abstract. La început se va acorda un volum mai mare de timp activităților cu mulțimi de obiecte, după care, treptat, se vor utiliza, cu precădere, corespondențele realizate grafic pe tablă sau pe fișe întocmite de institutor și difuzate copiilor.

La conceptul de număr elevul ajunge progresiv și după o anumită perioadă pregătitoare. În această perioadă este inițiat în activități de compunere și punere în corespondență a mulțimilor pentru a desprinde ideea de mulțimi echivalente sau mulțimi care au același număr de elemente, de constituire, după anumite criterii, de submulțimi date, de numărare a elementelor unei mulțimi, de transpunere prin simboluri a unei mulțimi.

Înregistrarea în scris a numărului reprezintă o etapă superioară a procesului de abstractizare. Scrierea numerelor ridică, de cele mai multe ori, dificultăți de ordin psihologic pentru copil, unele chiar mai mari decât greutățile pe care el le întâmpină când învață să scrie primele semne ale alfabetului. Cifra reprezintă semnul grafic al numărului, așa cum litera reprezintă semnul grafic al sunetului. Dificultățile sporesc fiindcă el trebuie să realizeze o legătură strânsă între trei elemente: conceptul numeric, exprimarea sa verbală și semnul grafic. Scrierea de mână a cifrei se face o dată cu predarea corespunzătoare numărului pentru a se realiza o strânsă legătură între număr, exprimarea sa verbală și simbolul său grafic.

Activitățile de stabilire a corespondenței element cu element a mulțimilor urmăresc să dezvolte la copil înțelegerea conținutului esențial al noțiunii de număr, ca o clasă de echivalență a mulțimilor finite echipotente cu o mulțime dată.

Elevii construiesc mulțimi echivalente cu o mulțime dată și, în acest proces activ de comparare, înțeleg mai bine proprietățile numerice ale mulțimilor care au același număr de elemente. Folosind denumirea de mulțimi cu **tot atâtea elemente** se detașează progresiv, noțiunea de număr ca o clasă de echivalență.

Clasa tuturor mulțimilor finite echivalente cu mulțimea cu un singur element este numărul natural 1. Clasa mulțimilor echivalente cu o mulțime cu două elemente este numărul natural 2. Clasa mulțimilor echivalente cu o mulțime cu trei elemente este numărul natural 3 ș.a.m.d.

O atenție specială trebuie acordată procesului de înțelegere a semnificației cifrei 0 (zero), deoarece aceasta reprezintă pentru copil o dublă abstracție: cifra zero nu mai exprimă ceva concret, ea este simbolul clasei de mulțimi care nu au nici un element, adică a mulțimilor vide.

Pentru a-i deprinde pe elevi cu succesiunea numerelor este necesar ca, în același timp cu introducerea numărului nou, să se predea și relația de ordine a acestuia cu numărul și numerele predate anterior (în ordine crescătoare și descrescătoare).

Procesul construcției șirului numerelor până la 10 se face progresiv. Din clasa mulțimilor echivalente cu o mulțime dată se alege 2-3 mulțimi model, ca reprezentanți ai clasei. Esențial este ca elevii să înțeleagă faptul că există un număr nesfârșit de mulțimi echivalente cu mulțimea model, precum și distincția dintre număr și semnul său grafic.

Însușirea conștientă a noțiunii de număr natural se fundamentează pe:

-înțelegerea de către copil a numărului ca proprietate a mulțimilor cu același număr de elemente (cardinalul mulțimilor echivalente);

-înțelegerea locului fiecărui număr în șirul numerelor de la 0 la 10 (aspectul ordinal al numărului);

-înțelegerea semnificației reale a relației de ordine pe mulțimea numerelor naturale și a denumirilor corespunzătoare (mai mare, mai mic);

-cunoașterea cifrelor corespunzătoare numărului;

-citirea cifrelor de tipar și scrierea cifrelor de mână.

Elevii trebuie să înțeleagă că relația de ordine pe mulțimea numerelor naturale nu este dată de denumirea lor, care de multe ori se învață mecanic, ci de relațiile **mai mic** sau **mai mare** care se stabilesc între numere și care corespund relațiilor: **mai puțin** sau **mai mult** între mulțimile ce reprezintă numerele date.

Din punct de vedere metodico-științific, numărul natural poate fi introdus pe baza:

-noțiunii de corespondență element cu element între mulțimi finite;

-noțiunii de succesiune din axiomatica lui Peano;

-exprimării rezultatului măsurării unei mărimi.

Calea cea mai folosită de predare a numerelor naturale este prima și se realizează parcurgând următoarele **etape**:

-se construiește o mulțime de obiecte având atâtea elemente cât este ultimul număr cunoscut;

-se construiește o altă mulțime echipotentă cu prima;

-se adaugă la cea de a doua mulțime încă un element;

-se constată, prin formarea de perechi, că noua mulțime are cu un obiect mai mult decât prima mulțime;

-se specifică numărul elementelor și modul de obținere a mulțimii noi;

-se construiesc și alte mulțimi echipotente cu a doua mulțime, formate din alte obiecte, pentru a sublinia independența de alegerea reprezentanților;

-se prezintă cifra corespunzătoare noului număr introdus;

-se fac exerciții variate cu caracter aplicativ pentru fixarea numărului predat;

-se cere copiilor: să descopere în clasă mulțimi care să aibă un număr de elemente corespunzător numărului predat, să așeze pe etajeră un anumit număr de cărți, să determine prin pipăit numărul de obiecte, să bată din palme de un anumit număr de ori, să stabilească locul numărului în șirul numerelor naturale, să formeze scara numerică.

§3.5. Predarea-învățarea numerelor naturale în concentrul 10-100

În această etapă sunt urmărite următoarele **aspecte de bază**, specifice ei;

- înțelegerea zecii ca unitate de numerație, bază a sistemului utilizat;
- lărgirea noțiunii de zece ca unitate de calcul, scrierea și citirea numerelor formate din zeci, introducerea noțiunii de sută.

- formarea, citirea, scrierea și compararea numerelor naturale formate din zeci și unități;
- relația de ordine realizată prin compararea și ordonarea numerelor învățate;
- conștientizarea semnificației cifrelor după locul pe care îl ocupă în scrierea numerelor.

Modalitatea de introducere a numerelor naturale mai mari decât 10 este similară cu cea din concentrul anterior învățat.

De exemplu pentru a introduce numărul 11 se pleacă de la cea mai mare mulțime formată (cea cu 10 elemente), lângă care se formează o mulțime cu un element (se poate face pe tabla magnetică, cu figurine, cu riglete, urmată de desen pe tablă). Se reunesc cele două mulțimi, obținându-se o mulțime formată din 10 elemente și încă un element. Se spune că această mulțime are 11 elemente și că semnul grafic sau simbolul acestui număr este "11", adică două cifre 1, prima reprezentând zecea și cea de-a doua, unitatea adăugată zecii respective. Se continuă cu aplicații gen comparații: $10 < 11$, $11 > 10$, etc. Se pot găsi toate posibilitățile de compunere a numărului 11.

Cu introducerea numărului 20, ca o zece și încă alte 10 unități, adică două zeci, se încheie etapa de bază în scopul înțelegerii ulterioare a modului de formare, scriere și citire a oricărui număr natural.

Prin scrierea numerelor formate din zeci și unități, elevii iau contact cu ideea de bază a sistemului zecimal de scriere și notare a numerelor.

Institutorul va pune accent pe pronunția și scrierea corectă a numerelor.

§ 3.6. Predarea-învățarea numerelor naturale scrise cu trei sau mai multe cifre

În predarea-învățarea numerelor naturale scrise cu trei sau mai multe cifre se folosește analogia cu procedeele din concentrul anterior învățat. Se formează ideea că 10 unități de un anumit fel formează o unitate nouă, mai mare. Elevii adaugă la unitățile de numerație cunoscute: unitatea simplă, zecea, unități noi: suta, mia, ș.a.m.d., fixându-și ideea că zece sute formează o mie, ș.a.m.d.

Predarea oricărui număr natural mai mare decât o sută se realizează după algoritmul cunoscut de la formarea numerelor naturale mai mari decât 10: o sută și încă o unitate formează 101, ș.a.m.d.

Problema metodică nouă ce apare în acest centru este legată de formarea, citirea și scrierea numerelor ce conțin pe 0 (zero), care semnifică absența unităților de un anumit ordin.

Tot acum se introduc noțiunile de: **ordin** (ce reprezintă numărul de ordine în scrierea numărului: unitățile vor fi numite unități de ordinul întâi, zecile –unități de ordinul doi, sutele –unități de ordinul trei, unitățile de mii –unități de ordinul patru, zecile de mii –unități de ordinul cinci, ș.a.m.d.) și **clasă** (o structură nouă formată dintr-un grup de trei ordine consecutive: ordinele întâi, doi și trei formează clasa unităților, ordinele patru, cinci și șase -clasa miilor, ordinele șapte, opt și nouă –clasa milioanei, ș.a.m.d., sugerând astfel că procedeul poate fi aplicat în continuare la nesfârșit, deci că există numere naturale oricât de mari).

În scrierea numerelor naturale din acest centru evidențierea claselor se realizează prin plasarea unui spațiu liber între ele.

Se vor forma deprinderi corecte și conștiente de citire și scriere a numerelor naturale de mai multe cifre, în special a celor în care lipsesc una sau mai multe unități de un anumit ordin.

Se vor realiza corelații interdisciplinare, se va matematiza realitatea înconjurătoare obținând numeroase posibilități de exersare a numerelor, se va utiliza frecvent jocul didactic matematic.

Test de autoevaluare

1. Precizați suportul științific privind formarea conceptului de număr natural.
2. Explicați ce se înțelege prin: aspectul cardinal și aspectul ordinal al unui număr natural.
3. Prezentați etapele necesare predării-învățării numerelor naturale. Exemplificați.
4. Explicați pe ce se fundamentează însușirea conștientă a noțiunii de număr natural.
5. Prezentați metodologia predării-învățării numerelor naturale în centrul 10-100.

Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

1. Revedi 3.1.1. (Numerele naturale ca numere cardinale).
2. Revedi 3.1.2. și 3.1.3. (Aspectul cardinal al numărului natural. Aspectul ordinal al numărului natural).
3. Revedi 3.4. (Predarea-învățarea numerelor naturale).
4. Revedi 3.4. (Predarea-învățarea numerelor naturale).
5. Revedi 3.5. (Predarea-învățarea numerelor naturale în centrul 10-100).

Lucrare de verificare 1

1. Prezintă un algoritm prin care se introduce la clasa I, numărul 5.
2. Precizează aspectele specifice predării-învățării numerelor naturale scrise cu trei sau mai multe cifre.
3. Explicați ce rol joacă principiul sistemului de numerație zecimal în predarea-învățarea numerației?

Sugestii pentru acordarea punctajului

Oficiu:	10 puncte
Subiectul 1:	40 puncte
Subiectul 2:	30 puncte
Subiectul 3:	20 puncte

Rezumat

Această unitate de învățare este dedicată cunoașterii conceptului de număr natural, precum și a problemelor metodice legate de predarea-învățarea acestei noțiuni în grădiniță și clasele I-IV. Este precizat suportul științific privind formarea conceptului de număr natural. Este analizat atât aspectul cardinal, cât și cel ordinal al numărului natural. Este descris demersul metodelogic al predării-învățării numerelor în centrul 0-10 la preșcolari și la școlarii din clasa I, fiind precizată și metodologia de formare a schemelor operatorii de compunere și descompunere a unui număr natural. Sunt prezentate aspectele specifice predării-învățării numerelor naturale în centrul: 10-100 precum și cele pentru numerele naturale scrise cu trei sau mai multe cifre.

Bibliografie

Atanasiu, Gh., Purcaru, M.A.P., *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*, Editura Universității „Transilvania” din Brașov, 2002.

Bulboacă, M., Alecu, M.: *Metodica activităților matematice în grădiniță și clasa I*. Editura Sigma, București, 1996.

Lupu, C., Săvulescu, D.: *Metodica predării matematicii. Manual pentru clasa a XI-a. Licee pedagogice*. Editura Paralela 45, Pitești, 2000.

Neacșu, I. (coordonator): *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1988.

Neagu, M., Beraru, G.: *Activități matematice în grădiniță*. Editura ASS, 1995.

Păduraru, V.: *Activități matematice în învățământul preșcolar*. Editura Polirom, Iași, 1999.

Rafailă, E., Țugui, L., Jurebie, S., Apostol, V.: *Modele orientative de lucru cu preșcolarii*. Editura ALL, București, 1999.

Roșu, M.: *Didactica matematicii în învățământul primar*, MEC, Unitatea de Management a Proiectului pentru Învățământul Rural, 2007.

****Manualele școlare (în vigoare) de matematică pentru clasele I-IV*.

***Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului, Consiliul Național pentru Curriculum. Programe școlare pentru învățământul primar, revizuite. București, 2003(I,II), 2004(III), 2005(IV).

Unitatea de învățare nr. 4

METODOLOGIA PREDĂRII-ÎNVĂȚĂRII OPERAȚIILOR ÎN MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

Cuprins

Obiectivele unității de învățare.....	20
§4.1. Metodologia predării-învățării adunării și scăderii numerelor naturale.....	20
4.1.1. Adunarea și scăderea numerelor naturale în centrul 0-10.....	20
4.1.2. Adunarea și scăderea numerelor naturale în centrul 0-20.....	22
4.1.3. Adunarea și scăderea numerelor naturale în centrul 0-100.....	24
4.1.4. Adunarea și scăderea numerelor naturale mai mari decât 100.....	25
§4.2. Metodologia predării-învățării înmulțirii și împărțirii numerelor naturale.....	25
4.2.1. Înmulțirea numerelor naturale mai mici decât 100.....	25
4.2.2. Înmulțirea numerelor naturale mai mici decât 1000.....	28
4.2.2.1. Înmulțirea orală.....	29
4.2.2.2. Înmulțirea în scris.....	30
4.2.3. Împărțirea numerelor naturale mai mici decât 100.....	31
4.2.4. Împărțirea numerelor naturale mai mici decât 1000.....	35
4.2.4.1. Împărțirea orală.....	35
4.2.4.2. Împărțirea în scris.....	36
§4.3. Metodologia predării-învățării ordinii efectuării operațiilor.....	37
4.3.1. Ordinea efectuării operațiilor.....	37
4.3.2. Folosirea parantezelor.....	38
§4.4. Formarea limbajului matematic și a deprinderilor de calcul mintal la școlarul mic.....	39
4.4.1. Limbajul matematic.....	39
4.4.2. Calculul mintal.....	40
Test de autoevaluare.....	44
Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	44
Lucrare de verificare.....	45
Rezumat.....	45
Bibliografie.....	45

Obiectivele unității de învățare

În urma parcurgerii acestei unități de învățare, studenții vor fi capabili:

- să aplice demersul metodologic al predării-învățării operațiilor cu numere naturale la clasele I-IV;
- să cunoască metodologia specifică pentru introducerea ordinii efectuării operațiilor;
- să conștientizeze implicațiile calculatorii ale apariției parantezelor într-un exercițiu;
- să formeze la elevi limbajul matematic;
- să formeze la elevi deprinderile de calcul mintal și folosirea lor în situații practice.

§4.1. Metodologia predării-învățării adunării și scăderii numerelor naturale

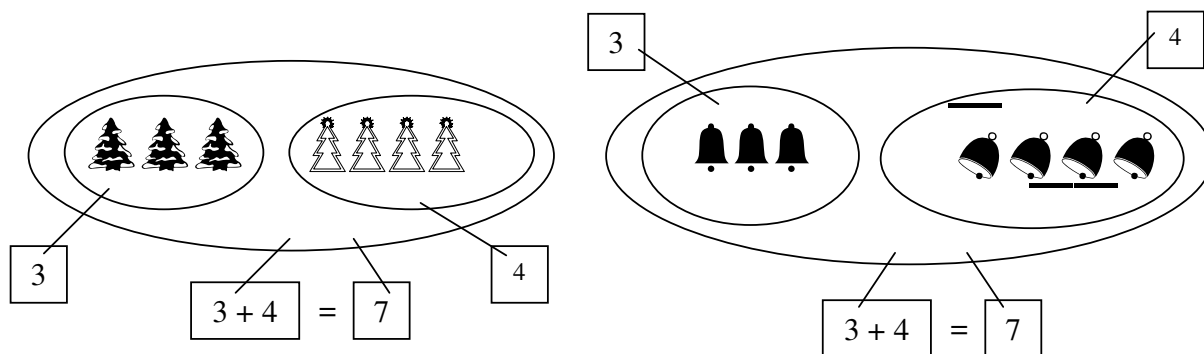
4.1.1. Adunarea și scăderea numerelor naturale în centrul 0-10

În scopul formării noțiunii de **adunare** se pornește de la operații cu mulțimi de obiecte concrete (etapa perceptivă), după care se trece la efectuarea de operații cu reprezentări ce au tendința de a generaliza (etapa reprezentărilor), pentru ca, în final, să se poată face saltul la conceptul matematic de adunare (etapa abstractă).

Introducerea operației de adunare se face folosind reuniunea a două mulțimi disjuncte.

În etapa **concretă**, elevii formează, de exemplu, o mulțime de brăduți niși cu 3 elemente și a mulțime de brăduți albi cu 4 elemente. Reunindu-se cele două mulțimi de brăduți se formează o mulțime care are 7 brăduți: niși sau albi. Se repetă apoi acțiunea folosind alte obiecte (de exemplu, baloane, bețișoare, flori, creioane ș.a.), până ce elevii conștientizează că reunind o mulțime formată din 3 obiecte cu o altă mulțime formată din 4 obiecte (indiferent ce sunt acestea) se obține o mulțime formată din 7 obiecte. În această etapă, acțiunea elevului vizează numărul sau compunerea unui număr, date fiind două componente.

Etapa a doua, **semiabstractă**, este caracterizată de utilizarea reprezentărilor simbolice, cum ar fi:



În această etapă se introduc semnele grafice “+” și “=”, explicându-se ce reprezintă fiecare și se insistă pe faptul că acestea se scriu doar între numere.

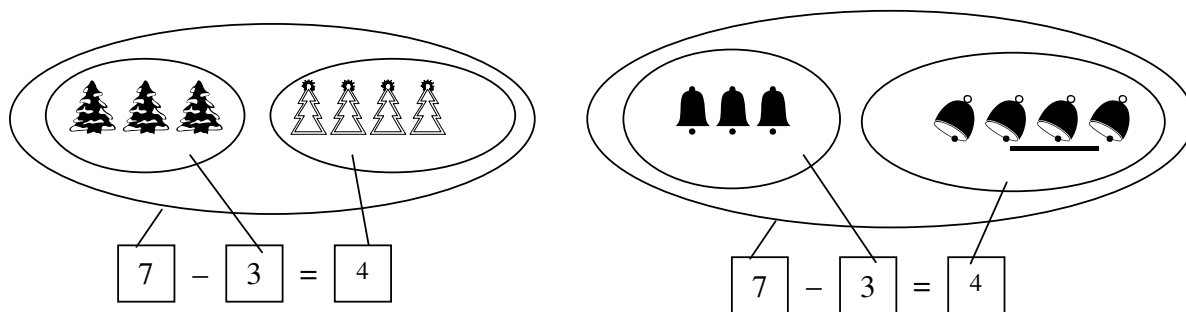
În etapa a treia, **abstractă**, dispăre suportul intuitiv, folosindu-se doar numerele.

În această etapă se introduce terminologia specifică (**termeni, sumă/total**) și se scot în evidență proprietățile adunării (**comutativitate, asociativitate, existența elementului neutru**), fără utilizarea acestor termeni și cu apelare la intuire, ori de câte ori este necesar. Tot în această etapă se poate sublinia reversibilitatea operației, prin scrierea unui număr ca sumă de două numere (**descompunerea numărului**). Acest tip de solicitare conduce la dezvoltarea creativității elevului care, în urma unui raționament probabilistic, trebuie să găsească toate soluțiile posibile, anticipând, în același timp, operația de scădere.

Scăderea se introduce folosind operația de diferență dintre o mulțime și o submulțime a sa (complementara unei submulțimi).

În prima etapă **concretă**, dintr-o mulțime de obiecte ce au o proprietate comună se elimină o submulțime de obiecte și se precizează câte obiecte rămân în mulțime. Acțiunea mentală a elevului vizează numărul sau descompunerea unui număr în două componente, dată fiind una dintre acestea.

Etapa a doua, **semiabstractă**, este caracterizată de utilizarea reprezentărilor simbolice, cum ar fi:



În această etapă se introduce semnul grafic “–“ explicându-se ce reprezintă și se precizează că acesta se scrie doar între numere.

În etapa a treia **abstractă**, în care se folosesc doar numerele, se introduce terminologia specifică (**descăzut, scăător, rest/diferență**) și se evidențiază proprietățile scăderii numerelor naturale (operația este posibilă doar dacă descăzutul este mai mare sau egal cu scăătorul; în cazul egalității, restul este zero), și se compară cu proprietățile adunării (scăderea nu este comutativă) și subliniind faptul că, la adunare, rezultatul (suma) este mai mare decât oricare dintre numerele care se adună (termeni), iar la scădere, rezultatul (diferența) este mai mic decât descăzutul.

Legătura dintre adunare și scădere trebuie subliniată prin realizarea probei fiecăreia dintre cele două operații: la adunare, se scade din sumă unul din termeni și trebuie să se obțină cel de-al doilea termen, iar la scădere, se adună diferența cu scăătorul și trebuie să se obțină descăzutul. De asemenea, aceste relații se evidențiază și în cazul aflării unui termen necunoscut la adunare sau scădere, eliminând ghicirea, ce apelează la memorie sau procedeul încercare-eroare.

Înțelegerea acestor aspecte implică în clasele următoare și formarea capacității elevilor de a utiliza terminologia: **mai mult cu..., mai puțin cu...**, ce vor sta la baza rezolvării problemelor simple.

Rezolvarea unor situații-problemă (îndeosebi ilustrate cu material didactic concret sau prin imagini, dar și prezentate oral) ce conduc la una dintre cele două operații se realizează frecvent, încă înainte de abordarea conceptului restrâns de **problemă** din matematică. Și prin aceste situații-problemă poate fi valorificată legătura dintre cele două operații, anticipând cunoașterea faptului că din orice problemă de adunare se pot obține două probleme de scădere.

De exemplu, o imagine ce reprezintă un lac pe care plutesc 5 nuferi, iar pe mal sunt alți 4 nuferi, poate fi exploatată maximal (din punct de vedere matematic) prin formulări de tipul:

-Pe lac sunt 5 nuferi, iar pe mal sunt 4 nuferi.

Câți nuferi sunt în total?

-Pe lac au fost 9 nuferi, iar 4 dintre ei au fost culeși.

Câți nuferi au rămas pe lac?

-Pe lac au fost 9 nuferi, dar acum sunt doar 5.

Câți nuferi au fost culeși?

4.1.2. Adunarea și scăderea numerelor naturale în centrul 0-20

Teoria referitoare la predarea-învățarea celor două operații în centrul 0-10 rămâne valabilă, în esență, și în noul centru numeric, lărgindu-se prin abordarea unor probleme metodice specifice acestui centru.

În **predarea adunării numerelor naturale mai mici decât 20** se pot distinge următoarele cazuri:

-adunarea numărului 10 cu un număr de unități (mai mic decât 10);

Acest caz nu ridică probleme metodice deosebite, dat fiind și faptul că se corelează cu problematica formării numerelor naturale mai mari decât 10 (*zecea* și un număr de unități), abordată anterior, la numerație.

-adunarea unui număr format dintr-o zece și din unități cu un număr format din unități (fără trecere peste 10);

În acest caz, este necesar ca elevii să aibă deprinderile de a aduna corect și rapid numere mai mici decât 10 și de a descompune numărul mai mare decât 10 într-o zece și unități, precum și priceperea de a acționa numai cu unitățile celor două numere, iar la final, să revină la primul caz. Din punct de vedere metodic este necesară o acțiune directă, demonstrativă, apoi, de oricâte ori este necesar, individuală, cu obiectele, acțiuni ce se vor reflecta în pașii algoritmului:

- descompunerea primului număr în 10 și unități;
- adunarea unităților celor două numere (cu sumă mai mică sau egală cu 10);
- compunerea rezultatului din 10 și suma unităților.

-adunarea a două numere mai mici decât 10 și a căror sumă este mai mare decât 10 (cu trecere peste 10);

Pentru înțelegerea acestui caz, elevii trebuie să aibă capacitatea de a forma *zecea*, ca sumă a două numere, dintre care unul este dat (găsirea **complementului** unui număr dat în raport cu 10), priceperea de a descompune convenabil un număr mai mic decât 10 și deprinderea de a efectua adunarea zecii cu un număr de unități.

Pașii algoritmului sunt:

- căutarea unui număr care, adunat cu primul termen conduce la suma 10;
- descompunerea convenabilă a celui de-al doilea termen (una dintre componente fiind numărul găsit anterior);
- adunarea zecii cu cealaltă componentă a celui de-al doilea termen.

În **predarea scăderii numerelor naturale mai mici decât 20**, se pot distinge următoarele cazuri:

-descăzutul este cuprins între 10 și 20, iar scăzătorul este mai mic decât unitățile descăzutului;

Predarea acestui caz nu ridică probleme metodice deosebite, dacă elevii observă că este suficientă scăderea unităților, zecea rămânând neatinsă.

-descăzutul este cuprins între 10 și 20, iar scăzătorul este 10;

Nici acest caz nu prezintă dificultăți metodice, dacă elevii observă că este suficientă scăderea zecii, unitățile rămânând neschimbate.

-atât descăzutul, cât și scăzătorul sunt cuprinse între 10 și 20;

Acest caz reprezintă o combinație a celorlalte două și rezolvarea sa este reductibilă la descompunerea celor două numere (în câte o zece și unități), scăderea unităților de același fel (zece-zece și unități-unități) și adăugarea rezultatelor.

-descăzutul este 20 iar scăzătorul este mai mic decât 10;

În acest caz este necesară dezlipirea unei zeci și transformarea ei în 10 unități, urmată de scăderea din acestea a unitățile scăzătorului.

-descăzutul este 20 iar scăzătorul este cuprins între 10 și 20;

Acest caz este o generalizare a celui anterior, fiind necesară în plus scăderea zecilor.

-descăzutul este cuprins între 10 și 20, iar scăzătorul, mai mic decât 10, este mai mare decât unitățile descăzutului;

Acest caz este cel mai dificil pentru elevi și poate fi rezolvat prin mai multe procedee.

Un prim procedeu cuprinde:

- scăderea pe rând a unităților scăzătorului din descăzut - cu sprijin în obiecte;

Un al doilea procedeu revine la:

- descompunerea descăzutului într-o zece și unități;
- descompunerea scăzătorului astfel încât una dintre componente să fie egală cu unitățile descăzutului;

- scăderea acestei componente a scăzătorului din unitățile descăzutului;
- scăderea din zecea descăzutului a celeilalte componente a scăzătorului.

Un al treilea procedeu cuprinde:

- descompunerea descăzutului într-o zece și unități;
- scăderea din zece descăzutului a unităților scăzătorului;
- adunarea acestui rest cu unitățile descăzutului.

Prezentarea acestor procedee trebuie realizată cu material didactic, analizând fiecare pas și apoi sintetizând procedeul pe toți pașii în ansamblu.

4.1.3. Adunarea și scăderea numerelor naturale în centrul 0-100

Predarea operațiilor de adunare și scădere în centrul 0-100, trebuie să urmărească însușirea de către elevi a următoarelor idei:

- calculul în acest centru se realizează în același mod ca și în centrul 0-20;
- orice număr mai mare decât 10 se descompune în zeci și unități;
- zece este o nouă unitate de calcul;
- operațiile se realizează cu unitățile de același fel (unități, zeci), asamblând apoi rezultatele

parțiale;

-10 unități se restrâng într-o zece, iar o zece se poate transforma în 10 unități (echivalența dintre 10 unități și o zece);

-calculul este mai ușor de efectuat în scris (scrierea pe verticală, cu unități sub unități și zeci sub zeci).

În **predarea adunării numerelor naturale mai mici decât 100**, se disting următoarele cazuri:

-adunarea a două numere formate numai din zeci;

În acest caz, institutorul trebuie să sublinieze că zecile sunt și ele unități de calcul, așadar se va opera cu ele ca și cu unitățile.

-adunarea unui număr format numai din zeci cu un număr mai mic decât 10;

Nici acest caz nu ridică probleme metodice deosebite, deoarece are legătură cu problema formării numerelor.

-adunarea unui număr format numai din zeci cu un număr format din zeci și unități;

În acest caz, algoritmul operației presupune:

- descompunerea celui de al doilea număr în zeci și unități;
- adunarea zecilor celor două numere;
- adunarea la această sumă a unităților celui de-al doilea număr.

-adunarea unui număr format din zeci și unități cu un număr mai mic decât 10, fără trecere peste ordin;

Se distinge de cazul anterior prin aceea că se adună unitățile celor două numere, adunând apoi și zecile primului număr.

-adunarea a două numere formate fiecare din zeci și unități, fără trecere peste ordin;

În acest caz pașii algoritmului sunt:

- descompunerea fiecărui număr în zeci și unități;
- adunarea zecilor celor două numere, respectiv a unităților;
- adunarea celor două sume parțiale.

-adunarea a două numere formate fiecare din zeci și unități, având suma unităților 10;

În acest caz suma unităților se restrânge într-o zece, care se va aduna cu suma zecilor celor două numere.

-adunarea unui număr format din zeci și unități cu un număr mai mic decât 10, cu trecere peste ordin;

În acest caz din suma unităților se separă o zece, care se va aduna cu zecile primului număr și unitățile rămase se vor aduna la suma zecilor.

-adunarea a două numere formate fiecare din zeci și unități, cu trecere peste ordin;

În acest caz din suma unităților celor două numere (mai mare decât 10) se separă o zece, care se va aduna sumei zecilor celor două numere, iar unitățile rămase se vor aduna la zecile obținute.

Metodologia predării scăderii este asemănătoare cu cea a adunării prezentată mai sus.

4.1.4. Adunarea și scăderea numerelor naturale mai mari decât 100

Acest caz nu ridică probleme metodice deosebite, în situația în care elevii stăpânesc algoritmiile celor două operații, pe care i-au învățat în concentrate numerice mai mici. Singura diferență este dată de ordinul de mărime al numerelor, dar acest lucru nu modifică structura algoritmilor. Bineînțeles, pe lângă zecea cu care s-a lucrat în concentratele anterioare, apar și alte unități de calcul, cum sunt: suta, mia, etc., dar ele reprezintă generalizări ale cunoștințelor și priceperilor anterioare, pe care elevii le pot descoperi singuri, constatând că operarea cu numere naturale de orice mărime se face la fel ca și cu numerele naturale mai mici decât 100.

Abordarea cazurilor noi se va face gradat fără să se insiste prea mult pe denumirile acestora, care sunt neimportante pentru elevi.

O eroare metodică din parte institutorului este nedozarea eficienței a sarcinilor calculatorii. În situația în care nu sunt intercalate și sarcini de alt tip, probabilitatea ca elevii să greșescă este mai mare și aceasta se datorează: monotoniei, oboselii, micșorării motivației pentru efectuarea calculelor.

§4.2. Metodologia predării-învățării înmulțirii și împărțirii numerelor naturale

Introducerea operațiilor de înmulțire și împărțire cu numere naturale se face după ce elevii au dobândit cunoștințe și au priceperi și deprinderi de calcul formate, corespunzătoare operațiilor de adunare și scădere. Operațiile de înmulțire și împărțire se introduc separat, mai întâi înmulțirea (ca adunare repetată de termeni egali), apoi împărțirea (ca scădere repetată a aceluiași număr natural). Abia după introducerea lor și stăpânirea lor de către elevi se va evidenția legătura dintre aceste două operații.

Deoarece predarea-învățarea acestor două operații se face prin intermediul adunării și scăderii, intuiția nu mai are un rol predominant în cunoașterea și înțelegerea lor.

4.2.1. Înmulțirea numerelor naturale mai mici decât 100

Operația de înmulțire se introduce ținând seama de definiția înmulțirii ca: adunarea repetată a aceluiași termen. De aceea pentru **stabilirea rezultatului înmulțirii** se pot utiliza **două procedee**:

-Efectuarea adunării repetate a numărului respectiv și exprimarea acestei adunări prin înmulțire: $2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$, deci: $2 \times 5 = 10$.

-Efectuarea înmulțirii prin grupare:

$$2 \times 2 = 4, \quad 2 \times 3 = 6, \quad 4 + 6 = 10, \quad \text{deci: } 2 \times 5 = 10.$$

Primul procedeu se întrebuițează mai ales pentru stabilirea tablei înmulțirii, iar al doilea se bazează pe primul, cu deosebire pe înmulțirile numerelor 1-10 cu numere până la 5.

Ordinea exercițiilor de înmulțire respectă ordinea prevăzută în tabla înmulțirii, astfel că se învață întâi înmulțirea numărului 2, apoi a numărului 3 etc.

Exprimarea în cazul înmulțirii trebuie să corespundă întru totul procesului de gândire care are loc, astfel încât elevul să-și poată însuși în mod conștient și cu ușurință această operație. De aceea, se va folosi întâi exprimarea care utilizează cuvintele: **a luat de b ori**, apoi exprimarea: **a înmulțit cu b** și în sfârșit exprimarea: **a ori b**, aceasta fiind cea mai scurtă și deci cea care se va folosi mai târziu în mod curent.

Este recomandabil ca la înmulțirea numărului 2 să se întrebuițeze pentru toate înmulțirile numărului, respectiv întâi exprimarea **a luat de b ori** și numai după ce elevii au deprins această exprimare, sau numai la înmulțirile numerelor următoare să se treacă la celelalte moduri de exprimare.

Pentru stabilirea rezultatului unei înmulțiri, spre exemplu $2 \times 3 = 6$ se procedează în felul următor:

-se demonstrează cu ajutorul a 2 - 3 materiale didactice, apoi pe bază de reprezentări cât fac 2 luat de 3 ori și trecându-se pe plan abstract se stabilește că 2 luat de 3 ori fac 6;

-se scrie această concluzie în două feluri: sub formă de adunare și sub formă de înmulțire, adică: $2 + 2 + 2 = 6$ $2 \times 3 = 6$

-se citește operația de înmulțire în cele 3 moduri arătate mai sus.

Trecerea de la adunarea repetată la înmulțire se face în două moduri.

I. Prin stabilirea rezultatului fiecărei adunări repetate a numărului dat și exprimarea acestei operații sub formă de adunare, apoi sub formă de înmulțire, urmată de scrierea în cele două feluri a acesteia; exemple: Cât fac trei creioane luate de 4 ori. Cum ați socotit ? ($3 + 3 + 3 + 3 = 12$). Cum putem spune altfel? (3 luat de 4 ori fac 12). Cum scriem? ($3 + 3 + 3 + 3 = 12$ sau $3 \times 4 = 12$).

În felul acesta elevii se deprind să identifice operația de adunare repetată a aceluiași termen cu operația de înmulțire, să substituie o operație prin alta, ceea ce de altfel se și urmărește.

II. Prin stabilirea tuturor operațiilor de adunare repetată a aceluiași termen programate pentru lecția respectivă și apoi scrierea acestora sub formă de înmulțiri. Adică, dacă este vorba despre înmulțirea numărului 3, se stabilesc și se scriu toate adunările numărului 3 până la 18:

$$\begin{aligned} &3 \\ &3 + 3 = 6 \\ &3 + 3 + 3 = 9 \\ &3 + 3 + 3 + 3 = 12 \\ &3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15 \\ &3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 18 \end{aligned}$$

apoi se transformă pe rând aceste adunări în înmulțiri, scriindu-se în dreptul fiecărei adunări înmulțirea corespunzătoare, astfel:

$$\begin{aligned} &3 \times 1 = 3 \\ &3 \times 2 = 6 \\ &3 \times 3 = 9 \\ &3 \times 4 = 12 \\ &3 \times 5 = 15 \\ &3 \times 6 = 18 \end{aligned}$$

Dintre aceste două procedee se consideră că primul este mai indicat pentru motivul că elevii sunt puși în situația să participe în mod conștient la scrierea fiecărei adunări sub formă de înmulțire, câtă vreme după al doilea procedeu, chiar dacă elevii participă conștient la scrierea primelor două adunări sub formă de înmulțiri, celelalte transformări le vor face mecanic pe baza observației că numărul 3 este luat pe rând de 2 ori, de 3 ori etc.

De altfel, între cele două procedee nu se poate stabili o ierarhizare absolută, ele urmând a fi utilizate după preferințele propunătorului și ținând seama de condițiile în care lucrează.

Semnul înmulțirii se introduce cu prilejul scrierii primei operații de înmulțire, ca o prescurtare a cuvintelor **luat de ... ori**. În operațiile următoare, se va arăta că semnul “**x**” mai ține locul cuvintelor **înmulțit** sau **ori**.

Pentru **memorarea tablei înmulțirii** se utilizează procedeele specificate pentru memorarea tablei adunării și scăderii.

Apoi, la fiecare lecție, trecerea la predarea cunoștințelor noi este precedată de calcul mintal, iar în ascultare și în fixarea cunoștințelor se rezolvă probleme aplicative. De asemenea este indicat să se rezolve cât mai multe exerciții în care lipsește unul din factori, întâi exerciții în care lipsește factorul al doilea, apoi exerciții în care lipsește primul factor: $3 \times ? = 15$ sau $? \times 5 = 15$, întrucât aceste categorii de exerciții contribuie într-o măsură mai mare la clasificarea și consolidarea înmulțirilor.

În cadrul numerelor până la 100, tabla înmulțirii se completează cu toate înmulțirile numerelor de o singură cifră, devenind apoi elementul de bază în toate calculele care utilizează operațiile de gradul al doilea.

Predarea înmulțirii în acest centru prezintă următoarele caracteristici:

-elevii sesizează rolul pe care îl îndeplinește primul factor ca număr ce se repetă și rolul pe care îl îndeplinește cel de al doilea factor ca număr ce arată de câte ori se repetă primul factor;

-se scoate în evidență și se aplică proprietatea comutativității înmulțirii, în special pentru stabilirea rezultatelor înmulțirii cu 1, 2, 3, 4, 5 a numerelor 6, 7, 8 și 9. Această proprietate se generalizează în cadrul numerelor până la 100, astfel încât o bună parte din tabla înmulțirii va constitui doar o repetare a celor învățate anterior;

-pe baza comutativității produsului se alcătuiește tabla înmulțirii cu înmulțitorul constant, care va constitui elementul principal în introducerea împărțirii prin cuprindere;

-pentru stabilirea rezultatelor înmulțirilor, elevii vor putea întrebuința o mare varietate de procedee raționale: adunarea repetată, gruparea, comutativitatea care nu vor avea un caracter limitat, ci vor căpăta un câmp larg de desfășurare.

În ceea ce privește intuiția, aceasta nu mai are rol predominant, întrucât elevii au dobândit multe cunoștințe în legătură cu operațiile aritmetice, și-au format anumite priceperi și au sesizat mecanismul scrierii adunării repetate sub formă de înmulțiri și tehnica formării tablei înmulțirii, astfel încât insistența institutorului de a demonstra totul cu material didactic ar frâna însușirea într-un ritm mai rapid a cunoștințelor. Nu se renunță complet la materialul didactic, dar acesta se utilizează numai în măsura în care el este necesar pentru ca elevii să-și însușească în mod conștient operațiile respective. Astfel pe parcursul aceleiași lecții, ca și în eșalonarea lecțiilor aparținătoare capitolului respectiv, dozarea materialului didactic se face în așa fel încât la început să se utilizeze mai mult material didactic și să se treacă prin toate cele trei faze, apoi din ce în ce mai puțin, ajutându-se ca ultimele operații să se bazeze doar pe gândirea abstractă.

Exemplu, la înmulțirea numărului 7:

-primele 6 operații nu este necesar să fie demonstrate, deoarece se cunosc de la înmulțirile cu înmulțitorul constant al numerelor 1, 2, ..., 6, ci doar se repetă înmulțirile respective, se reamintesc demonstrațiile sau se repetă unele dintre ele dacă se consideră necesar;

-operațiile 7×7 și 7×8 se pot demonstra cu 1-2 materiale (bile și bețișoare, cuburi și buline, creioane și o planșă cu figuri), dintre care un material este indicat să fie o planșă cu figuri decupate și lipite sau cu figuri mobile, trecându-se apoi la faza semiconcretă și apoi abstractă;

-operația 7×9 poate fi ilustrată numai cu ajutorul unor reprezentări, după care se trece la faza abstractă;

-rezultatul operației 7×10 se poate stabili numai pe baza fazei abstracte.

De asemenea, în șirul lecțiilor: înmulțirea numărului 2, înmulțirea numărului 3 etc., bogăția și varietatea materialului didactic trebuie să fie în descreștere, pe măsură ce elevii dobândesc noi cunoștințe și-și formează noi priceperi și deprinderi.

Ordinea în care se predau cunoștințele privitoare la înmulțirea numerelor este cea prevăzută de tabla înmulțirii, iar după epuizarea acesteia se trece la tratarea cazurilor speciale.

Fazele principale prin care trece o lecție de înmulțire a unui număr, cu stabilirea **tablei înmulțirii** respective, sunt următoarele:

- repetarea tablei înmulțirii cu numărul precedent, sau cu numerele precedente;
- numărarea ascendentă cu acel număr de unități și scrierea rezultatelor numărării;
- adăugarea repetată a aceluși număr, o dată, de două ori etc., cu scrierea pe tablă și pe caiete a operației;

- scrierea adunării repetate sub formă de înmulțire;
- stabilirea completă a tablei înmulțirii cu acel număr, inclusiv înmulțirea cu unitatea;
- memorarea tablei stabilite, întrebându-se forme de activitate și procedee cât mai variate;
- rezolvarea de exerciții și probleme aplicative în legătură cu înmulțirile învățate.

Procedee pentru stabilirea rezultatelor la înmulțire:

-procedeul adunării repetate;

$$4 \times 3 = 12 \text{ pentru că } 4 + 4 + 4 = 12.$$

-procedeul utilizării grupărilor;

$$4 \times 7 = 28 \text{ pentru că } 4 \times 3 = 12, 4 \times 4 = 16 \text{ și } 12 + 16 = 28$$

sau

$$4 \times 7 = 28 \text{ pentru că } 4 \times 5 = 20, 4 \times 2 = 8 \text{ și } 20 + 8 = 28.$$

-procedeul comutativității;

$$7 \times 3 = 21, \text{ pentru că } 3 \times 7 = 21$$

$$9 \times 6 = 54, \text{ pentru că } 6 \times 9 = 54.$$

-procedeul rotunjirii;

$$9 \times 3 = 27, \text{ pentru că } 10 \times 3 = 30, 1 \times 3 = 3 \text{ și } 30 - 3 = 27.$$

4.2.2. Înmulțirea numerelor naturale mai mici decât 1000

În cadrul numerelor 1-1000 s-a învățat tabla înmulțirii numerelor de o singură cifră, precum și înmulțirea zecilor cu un număr de o singură cifră fără trecere peste sută.

În cadrul numerelor de trei cifre se studiază operația de înmulțire în ansamblu, cu toate particularitățile ei și cu toate cazurile pe care le prezintă.

Pentru ca elevii să-și poată însuși în condiții corespunzătoare operația de înmulțire, să pătrundă sensul ei, să-și formeze deprinderi temeinice de calcul corect și rapid, este necesar să stăpânească la perfecție toate cunoștințele premergătoare înmulțirii numerelor de trei cifre. Aceste cunoștințe sunt următoarele:

- tabla înmulțirii numerelor de o singură cifră;
- numerația orală și scrisă a numerelor de mai multe cifre, cu deosebire formarea numerelor, compunerea și descompunerea lor în unități componente;
- efectul numărului zero în cazul înmulțirii;
- noțiunile teoretice elementare privitoare la denumirile factorilor și a rezultatului înmulțirii.

Apoi, pentru a putea trece la înmulțirea în scris, elevii trebuie să aibă formate priceperi și deprinderi temeinice de calcul, să cunoască bine cazurile de înmulțire și să efectueze cu ușurință adunarea în scris, deoarece înmulțirea în scris utilizează adunarea ca operație auxiliară.

La fiecare caz de înmulțire este necesar să se stabilească o concluzie care să obțină ca element principal: cazul de înmulțire și procedeul. Această concluzie poate fi formulată ca o explicare a procedeelor întrebuite, sau sub formă de regulă.

În ceea ce privește exprimarea în desfășurarea calculului în scris este indicat să se întrebuinteze, mai ales la primele exerciții, atât exprimarea completă (cu denumirea unităților), cât și

exprimarea prescurtată, asigurându-se astfel însușirea conștientă a tehnicii operațiilor și realizându-se în același timp trecerea pe nesimțite de la calculul oral la cel scris.

4.2.2.1. Înmulțirea orală

Programa școlară prevede pentru clasa a IV-a, în cadrul numerelor până la 1000, numai cazurile simple de înmulțire orală, și anume, înmulțirea zecilor și a sutelor cu un număr de o singură cifră, precum și înmulțirea cu 10, 100 și 1000.

Procedeele de înmulțire în aceste cazuri se bazează pe regulile stabilite la înmulțirea unităților și a zecilor. Astfel, înmulțirea 50×3 se scrie: $5 \text{ zeci} \times 3 = 15 \text{ zeci}$, adică $50 \times 3 = 150$; sau înmulțirea 300×2 se scrie $3 \text{ sute} \times 2 = 6 \text{ sute}$, adică $300 \times 2 = 600$.

Prin urmare, înmulțirea zecilor și a sutelor se reduce la înmulțirea unităților, **regula** fiind: zecile și sutele se înmulțesc ca și unitățile, dar la produs se adaugă un zero, respectiv două zerouri.

Sucesiunea acestor exerciții de **înmulțire orală** este următoarea:

-**înmulțirea sutelor cu un număr de o singură cifră fără trecere peste mie.**

Exemple: 400×2 ; 200×3 ; 500×2 etc.

-**înmulțirea zecilor cu un număr de o singură cifră.**

Exemple: 70×4 ; 50×7 ; 80×5 ; 30×9 etc.

În afară de acestea, odată cu primele exerciții scrise de înmulțire se introduc noțiunile de deînmulțit, înmulțitor, factori și produs, ca denumiri ale numerelor care se înmulțesc și rezultatul înmulțirii.

Dintre toate cazurile de înmulțire orală, cel mai important este cel de înmulțire a unui număr format din sute și zeci cu un număr de o singură cifră, pentru că acesta constituie un exercițiu pregătitor pentru înmulțirea în scris, mai ales că unul din procedeele indicate pentru înmulțirea orală, anume înmulțirea pe rând a sutelor, apoi a zecilor cu numărul dat și adunarea rezultatelor, este asemănător cu cel întrebuițat la înmulțirea în scris.

Exemplu: $320 \times 3 = 960$, pentru că $300 \times 3 = 900$, $20 \times 3 = 60$ și $900 + 60 = 960$.

În acest caz de înmulțire se mai întrebuițează și un alt procedeu, care constă în transformarea numărului în zeci și apoi înmulțirea numărului de zeci obținut:

$$320 = 32 \text{ zeci}; 32 \text{ zeci} \times 3 = 96 \text{ zeci}, \text{ adică } 320 \times 3 = 960.$$

Regula înmulțirii cu 10 a unui număr de două cifre constituie primul procedeu rațional de înmulțire rapidă prevăzut pentru clasele I-IV. Pe acest procedeu se vor baza apoi celelalte procedee, și anume, înmulțirea cu 100 și 1000, sau cu orice număr format din cifra 1 urmată de zerouri, sau cu orice număr format dintr-o cifră oarecare urmată de zerouri.

Pentru stabilirea unei concluzii care să constituie **regula înmulțirii unui număr cu 10**, se studiază mai multe exemple din această categorie, efectuându-se înmulțirea în mod obișnuit, spre exemplu: 38×10 :

$$30 \times 10 = 300$$

$$8 \times 10 = 80, 300 + 80 = 380, \text{ deci } 38 \times 10 = 380,$$

apoi, pe baza metodei comparației, se constată că produsul (rezultatul) se deosebește de deînmulțit prin faptul că are un zero la urmă, ceea ce înseamnă că fiecare unitate a deînmulțitului a devenit de 10 ori mai mare, adică întreg numărul s-a mărit de 10 ori. Deci, prin înmulțirea cu 10 a numărului dat i s-a adăugat acestuia un zero în partea dreaptă. Făcând aceeași constatare în 3-4 sau mai multe cazuri și utilizând operațiile de abstractizare și generalizare ale gândirii, se formulează **concluzia: un număr se înmulțește cu 10 adăugând la dreapta lui un zero.**

În ceea ce privește exprimarea, aceasta trebuie să cuprindă toate procesele aritmetice care

conduc la operația de înmulțire: luarea (repetarea) unui număr sau a unei cantități de câteva ori, mărirea de câteva ori, înmulțirea cu un număr, iar exercițiile trebuie să cuprindă și cazurile în care se cere să se afle unul din factori, cunoscând celălalt factor.

4.2.2.2. Înmulțirea în scris

Operația de înmulțire în scris cuprinde o mare varietate de exerciții, a căror înmulțire se poate face în diferite moduri. Astfel:

-ținând seama de centrul numerelor în care se încadrează rezultatul operației, înmulțirea poate fi cu numere până la 1000 sau de 3 cifre și cu numere de o cifră;

-după numărul cifrelor înmulțitorului, înmulțirea poate fi cu înmulțitorul de o singură cifră, de două cifre și de 3 sau mai multe cifre;

-după dificultățile pe care le precizează feluritele cazuri de înmulțire, se pot deosebi: înmulțirea când produsul unităților de diferite ordine este mai mic decât 10, egal cu 10 sau cu zeci întregi și mai mari decât 10;

-cazurile particulare de înmulțire, legate de existența zerourilor în unul sau în ambii factori, la urmă sau în interior.

Ca exemplu fie următoarele **cazuri**:

-înmulțirea cu un număr de o singură cifră când fiecare produs obținut din înmulțirea unităților de ordin, respectiv ale deînmulțitului cu înmulțitorul, este mai mic decât 10;

Exemple: 312×3 ; 221×4 ; etc.

În cazul exercițiilor de înmulțire din această categorie se urmărește nu atât însușirea unui procedeu de calcul, care este cunoscut deja de la înmulțirea orală, cât mai ales cunoașterea și însușirea elementelor tehnice ale operației de înmulțire: felul de așezare a factorilor în efectuarea produsului, precum și reamintirea denumirilor factorilor și a rezultatului înmulțirii, cu sesizarea funcției pe care o îndeplinește fiecare factor al produsului. Prin urmare este necesar să se insiste în formarea la elevi a deprinderilor de așezare a factorilor după regula așezării termenilor operațiilor de gradul I, spre exemplu: $312 \times 3 =$

$$\begin{array}{r} 312 \times \\ 3 \end{array}$$

urmând ca mai târziu să se introducă și să se utilizeze așezarea factorilor în rând, iar produsul sub deînmulțit, pentru a se realiza economii de spațiu și energie și pentru a pregăti trecerea la împărțire, unde termenii se așează numai în rând.

Exemplu: 134×2

$$\begin{array}{r} 134 \times 2 \\ \hline 268 \end{array}$$

Pentru stabilirea unui procedeu de calcul în scris, se folosesc cunoștințele de calcul oral, adică înmulțirea pe rând a unităților de diferite ordine ale deînmulțitului cu înmulțitorul, însumând rezultatele. Trecându-se la efectuarea calculului în scris, se scoate în evidență superioritatea acestui calcul față de cel oral, prin faptul că produsul se obține direct, fără alte calcule intermediare. De asemenea se reamintesc, se precizează și se aplică regulile stabilite la celelalte operații în ceea ce privește efectuarea calculului oral și a celui în scris. Anume:

-înmulțirea orală se face începând cu unitățile de ordinul cel mai mare, în cazul de față începând cu sutele, urmând și unitățile simple, obținându-se în felul acesta produsele corespunzătoare înmulțirii fiecărui ordin cu înmulțitorul, care apoi se însumează;

-înmulțirea în scris se face începând cu unitățile de ordinul cel mai mic, deci cu unitățile simple, urmând apoi zecile și sutele (de la dreapta spre stânga), analog cu adunarea sau scăderea.

Cu utilizarea exemplului de mai sus, aspectul tablei ar fi următorul:

Scrierea operației	Calculul oral	Calculul în scris
$312 \times 3 = 936$	$300 \times 3 = 900$	$312 \times$ deînmulțit
	$10 \times 3 = 30$	$\underline{3}$ înmulțitor
	$\underline{2 \times 3 = 6}$	936
	$900 + 30 + 6 = 936.$	

În predarea unui anumit caz de înmulțire, primul exercițiu se rezolvă de către înțitutor, cu explicații și justificări complete și clare, făcând astfel demonstrarea procedurii. Explicațiile și justificările sunt repetate de elevi și tot ei rezolvă în continuare exercițiile următoare, de asemenea cu explicații complete referitoare la cazul de înmulțire, scrierea operației, efectuarea calculului oral, așezarea pentru calculul în scris, efectuarea acestui calcul, denumirea rezultatului și a factorilor. În urma analizei exemplurilor folosite în cursul lecției se stabilește regula corespunzătoare, în cazul de față regula privitoare la înmulțirea în scris cu un număr de o singură cifră.

În ceea ce privește exprimarea înțitutorului și a elevilor în timpul efectuării calculului în scris, la primele exerciții aceasta trebuie să cuprindă ambele forme: exprimarea completă și exprimarea prescurtată, tehnic. Exprimarea completă constă în întrebuintarea limbajului corespunzător procesului de gândire care are loc, deci cu denumirea unităților, făcând astfel legătura strânsă cu felul de exprimare în cazul calculului oral:

- 2 unități luate de 3 ori fac 6 unități, scriem 6 sub unități;
- 1 zece luat de 3 ori fac 3 zeci, scriem 3 sub zeci;
- 3 sute luate de 3 ori fac 9 sute, scriem 9 sub sute.

Exprimarea prescurtată, spre care trebuie să se tindă neîncetat, cu perseverență, de îndată ce există siguranța că elevii și-au însușit în mod conștient procedeul de calcul respectiv, constă în redarea în cuvinte cât mai puține a calculului, accentuându-se caracterul tehnic al acestuia:

- 3 ori 2 fac 6, se scrie 6;
- 3 ori 1 fac 3, se scrie 3;
- 3 ori 3 fac 9, se scrie 9, rezultatul 936.

-înmulțirea cu numere de două cifre;

Particularitatea acestui caz de înmulțire constă în introducerea noțiunii de produs parțial, astfel că numai asupra acestui lucru este nevoie să se atragă atenția elevilor în mod deosebit, stabilindu-se necesitatea înmulțirii cifrelor care reprezintă unitățile de diferite ordine ale deînmulțitului întâi cu cifra zecilor și așa mai departe, obținându-se un număr de produse parțiale egal cu numărul cifrelor înmulțitorului. De asemenea se stabilește ca regulă că prima cifră a fiecărui produs parțial se așează sub cifra corespunzătoare a înmulțitorului. Cu aceste indicații, prezentate și motivate simplu, elevii reușesc să înțeleagă și să aplice cu ușurință procedeul, a cărui consolidare se obține prin exercițiile repetate care se rezolvă în continuare.

4.2.3. Împărțirea numerelor naturale mai mici decât 100

În acest centru se introduce și se studiază numai împărțirea în părți egale, deoarece aceasta, spre deosebire de împărțirea prin cuprindere, este înțeleasă mai ușor de către elevi, exprimarea întrebuintată este în concordanță cu datele experienței și cu procesul de gândire care are loc, iar demonstrarea operațiilor se face fără dificultăți.

Întrucât împărțirea în părți egale se bazează pe înmulțire, ordinea exercițiilor este aceeași, adică se tratează întâi împărțirea numerelor 2, 4, 6, ..., 20 la 2, apoi a numerelor 3, 6, 9, ..., 18 la 3 etc.

Demonstrarea operațiilor se face prin întrebuintarea unor materiale cât mai variate, unele dintre ele corespunzătoare experienței proprii a elevilor: creioane, caiete, nuci, castane, lei etc., altele din cele întrebuintate în mod obișnuit în clasă: bile, bețișoare, cuburi, buline etc.

Procedeul inițial este următorul:

-se stabilește numărul de obiecte ce trebuie împărțit și numărul părților, spre exemplu: 18 creioane împărțite în mod egal la 6 copii;

-se repartizează fiecărei părți (fiecărui copil) câte un creion, deci în total 6 creioane, stabilindu-se că au mai rămas 12, apoi se mai repartizează câte încă un creion, stabilindu-se că au mai rămas 6, care de asemenea se repartizează și nu mai rămâne nici un creion;

-se verifică numărul creioanelor repartizate fiecărei părți (fiecărui copil);

-se stabilește, se repetă și se scrie concluzia: 18 creioane împărțite în mod egal la 6 copii fac 3 creioane, sau 18 creioane împărțite în 6 părți egale fac 3 creioane.

Pentru a realiza trecerea treptată de la concret la abstract, materialele care se întrebunțează în continuare: bețișoare, cuburi, castane etc., chiar pentru aceeași operație, se împart în părți egale, deci nu la un număr de copii, obiectele așezându-se în grupe separate, după care se trece la faza semiconcretă, în cadrul căreia copiii vor împărți mintal, în același număr de părți egale, diferite numere ce reprezintă obiecte pe care nu le au în față și cu care nu lucrează efectiv: piese, mașini, pere, castane, precum și găini, ouă etc.

În rezolvarea primelor exerciții de împărțire, stabilirea rezultatului operației se face prin **separarea efectivă în părți egale și distincte a numărului total de obiecte, iar verificarea se face prin înmulțire**. Îndată însă ce elevii dovedesc că au pătruns înțelesul operației de împărțire și au reușit să-și însușească în condiții satisfăcătoare mecanismul acestei operații, trebuie să depășească faza împărțirii efective a obiectelor și să treacă neîntârziat la stabilirea prin înmulțire a rezultatului unei împărțiri, realizându-se astfel legătura strânsă dintre cele două operații. Spre exemplu: 18 împărțit în 6 părți egale fac 3, pentru că 3 luat de 6 ori fac 18, ceea ce se scrie:

$$18 : 6 = 3, \text{ pentru că } 3 \times 6 = 18.$$

În **stabilirea pe baza înmulțirii a rezultatului unei împărțiri nu** numai că nu se pot evita **încercările**, dar se consideră indicat să se apeleze mereu la aceste încercări, întrucât ele aduc o contribuție hotărâtoare la dezvoltarea gândirii și la înțelegerea relațiilor de independență dintre cele două operații aritmetice, punând astfel accentul pe ceea ce este esențial în împărțire, și anume faptul că este operația inversă înmulțirii.

Exemplu:

$$18 : 6 \text{ fac } 1 ? \quad \text{NU, pentru că } 1 \times 6 = 6, \text{ nu } 18;$$

$$18 : 6 \text{ fac } 2 ? \quad \text{NU, pentru că } 2 \times 6 = 12, \text{ nu } 18;$$

$$18 : 6 \text{ fac } 3 ? \quad \text{DA, pentru că } 3 \times 6 = 18.$$

Procedând în acest fel, elevii vor ajunge să stabilească rezultatele diferitelor împărțiri numai pe baza tablei înmulțirii pe care au învățat-o sau pe care o pot învăța cu mai multă ușurință.

Exemplu: La împărțirea $15 : 3$, elevii vor stabili rezultatul răspunzând mintal la întrebarea: cât ori 3 fac 15 ? deci, $15 : 3 = 5$ pentru că $5 \times 3 = 15$.

Un alt procedeu pentru stabilirea rezultatului unei împărțiri și care se poate introduce treptat este **procedeul grupărilor**, adică al descompunerii deîmpărțitului în două, trei grupe, care se împart, adunându-se rezultatele.

Exemplu:

$$\underline{12 : 3 =}$$

$$9 : 3 = 3$$

$$3 : 3 = 1$$

$$3 + 1 = 4$$

În ceea ce privește **exprimarea**, este necesar să se întrebunțeze la început exprimarea completă, corespunzătoare proceselor practice și de gândire care au loc:

18 împărțit în 6 părți egale fac 3

și paralel cu aceasta să se întrebuițeze exprimarea prescurtată:

18 împărțit la 6 fac 3.

Caracteristici specifice împărțirii numerelor naturale mai mici decât 100

-în cadrul numerelor până la 100 se studiază atât împărțirea în părți egale, cât și împărțirea prin cuprindere (în această ordine);

-operația de împărțire se studiază în strânsă legătură cu înmulțirea, atât în ceea ce privește stabilirea și motivarea rezultatului, cât și prin sesizarea relațiilor care duc la constatarea că cele două operații sunt inverse una alteia, adică ceea ce se face prin înmulțire se desfășoară prin împărțire și invers;

-împărțirea în părți egale se bazează pe înmulțirea cu înmulțitorul constant, acesta devenind împărțitor;

-ordinea operațiilor este aceeași ca și la înmulțire.

Procedeele întrebuițate pentru stabilirea rezultatelor la împărțire sunt următoarele:

-legătura dintre înmulțire și împărțire, legătura cu ajutorul căreia se găsește și se motivează rezultatul;

Exemplu: $24 : 6 = ?$ Câtul este acel număr din înmulțirea căruia cu împărțitorul se obține deîmpărțitul, adică 4, deci:

$$24 : 6 = 4, \text{ pentru că } 4 \times 6 = 24.$$

-descompunerea deîmpărțitului în termeni mai mici, astfel ca acești termeni să fie divizibili prin împărțitor;

Exemplu: $56 : 7 = 8$ pentru că: $28 : 7 = 4$

$$28 : 7 = 4 \text{ și } 4 + 4 = 8.$$

-împărțirea succesivă a deîmpărțitului prin factorii împărțitorului;

Exemplu: $28 : 4 = 7$, pentru că: $28 : 2 = 14$ și $14 : 2 = 7$

Împărțirea prin cuprindere se bazează pe înmulțirea cu împărțitorul constant.

Etapele metodice în tratarea împărțirii prin cuprindere pot fi formulate astfel:

-formarea noțiunii de împărțire prin cuprindere, scrierea și citirea acestei împărțiri.

Pentru a ajunge la înțelegerea acestor noțiuni, trebuie să se lămurească și să se delimiteze înțelesul expresiilor: **în părți egale, în grupe de câte ... obiecte, grupate, cuprindere**. În acest scop trebuie să se utilizeze exemple concludente, legate de experiența și cunoștințele elevilor. Astfel, elevii sunt așezați în bănci **câte doi**, în **grupe de câte doi**, dar aceiași elevi pot fi grupați câte 3, câte 4 etc., sau în grupe de câte 3, câte 4. Pentru o mai bună precizare a lucrurilor se consideră un anumit număr de elevi, spre exemplu 16 și se fac toate grupările posibile: câte 1, câte 2, câte 4, câte 8 și câte 16, stabilindu-se numărul grupelor formate și întrebuițându-se exprimarea corespunzătoare:

16 elevi împărțiți în grupe de câte 2 elevi fac 8 grupe;

16 elevi împărțiți în grupe de câte 4 elevi fac 4 grupe;

16 elevi împărțiți în grupe de câte 8 elevi fac 2 grupe etc.

Apoi se lămurește procesul de gândire care are loc pentru stabilirea grupelor precizându-se că 16 elevi împărțiți în grupe de câte 2 fac 8 grupe, adică 2 în 16 se cuprinde de 8 ori, fiindcă 2 elevi repetați de 8 ori fac 16, sau 16 elevi împărțiți în grupe de câte 4 fac 4 grupe, adică 4 în 16 se cuprinde de 4 ori, fiindcă 4 elevi repetați de 4 ori fac 16.

După aceasta se trece la demonstrarea împărţirii prin cuprindere întrebându-se diferite materiale didactice cu care lucrează atât institutorul cât şi elevii.

Exemplu: Dacă se lucrează cu beţişoare, acestea se grupează câte 1, câte 2, câte 4, stabilindu-se de fiecare dată numărul grupelor ce se obţin, cu repetarea în cuvinte a procesului aritmetic: 12 beţişoare împărţite în grupe de câte 2 beţişoare fac 8 grupe, pentru că 2 se cuprinde în 16 de 8 ori etc.

După tratarea a 2-3 exemple concrete, se trece la faza semiconcretă şi apoi abstractă, stabilindu-se drept concluzie.

16 împărţit în grupe de câte 2 fac 8, sau 2 se cuprinde în 16 de 8 ori;

16 împărţit în grupe de câte 4 fac 4, sau 4 se cuprinde în 16 de 4 ori;

16 împărţit în grupe de câte 8 fac 2, sau 8 se cuprinde în 16 de 2 ori etc.

Un exemplu sau două din aceste operaţii se scriu pe tablă şi pe caiete, scoţându-se în evidenţă faptul că scrierea acestei împărţiri este cea cunoscută, însă citirea ei se face altfel.

Exemplu: Operaţia: $16 : 4 = 4$ se citeşte ca împărţire prin cuprindere astfel: 16 împărţit în grupe de câte 4 fac 4, sau 4 în 16 se cuprinde de 4 ori.

Numai după ce elevii încep să pătrundă sensul expresiilor care caracterizează împărţirea prin cuprindere se poate trece la studiul sistematic al acestei operaţii, tratându-se pe rând împărţirea la 2 prin cuprindere, apoi la 3 şi așa mai departe, în strânsă legătură cu înmulţirea numărului respectiv şi cu împărţirea în părţi egale prin acel număr.

-probleme de împărţire prin cuprindere.

Tot ceea ce s-a arătat până aici în legătură cu împărţirea prin cuprindere are drept scop să familiarizeze pe elevi cu exprimarea caracteristică acestei împărţiri şi să-i facă să pătrundă înţelesul şi esenţa operaţiei. Dacă însă într-o problemă este vorba de împărţire prin cuprindere, sau de împărţire prin părţi egale, acestea se pot stabili numai prin textul problemei, mai ales că forma sub care se scrie operaţia corespunzătoare fiecărei împărţiri este aceeaşi şi diferă doar exprimarea.

Urmărind ca elevii să facă distincţie clară între cele două feluri de împărţiri, este necesar să se formeze, cu aceleaşi date, o problemă de împărţire în părţi egale şi alta prin cuprindere. Spre exemplu: folosind relaţia $15 : 3 = 5$, se pot formula următoarele probleme:

O cantitate de 15 litri de ulei s-a pus în mod egal în 3 bidoane. Câţi litri de ulei s-au pus într-un bidon?

Operaţia se scrie:

$$15 \text{ l} : 3 = 5 \text{ l}$$

şi se citeşte:

15 l împărţit în 3 părţi egale (bidoane) fac 5 l.

O cantitate de 15 l de ulei s-a turnat în bidoane de câte 3 l . Câte bidoane sunt necesare?

Operaţia se scrie:

$$15 \text{ l} : 3 \text{ l} = 5$$

şi se citeşte:

15 l împărţit în părţi (bidoane) de câte 3 l fac 5 (bidoane),

sau:

3 l se cuprind în 15 l de 5 ori, deci sunt necesare 5 bidoane.

La împărțirea în părți egale se observă că deîmpărțitul și câtul sunt numere concrete (reprezintă unități sau lucruri de același fel), iar împărțitorul este număr abstract și arată numărul părților egale în care s-a făcut împărțirea. La împărțirea prin cuprindere, deîmpărțitul și împărțitorul sunt numere concrete, iar câtul este număr abstract și arată de câte ori se cuprinde împărțitorul în deîmpărțit. Aceste observații caracterizează în mod general cele două feluri de împărțire.

4.2.4. Împărțirea numerelor naturale mai mici decât 1000

Considerații generale

Operația de împărțire este cea mai dificilă dintre operațiile aritmetice, datorită complexității ei, varietății cazurilor și caracteristicilor pe care le prezintă, cât și datorită faptului că utilizează simultan toate cele trei operații precedente. De aceea, studiul operațiilor de împărțire și tratarea varietății cazurilor ei solicită o mai mare concentrare a eforturilor și atenției elevilor, o bună orientare metodică a institutorului și o adevărată măiestrie din partea acestuia în prezentarea sub o formă simplă, accesibilă, a diferitelor cazuri, cu o dozare treptată și cu grijă a dificultăților. Astfel fiind, principiul fundamental al didacticii: **de la ușor la greu, de la simplu la compus** își are aplicarea cu deosebire în predarea împărțirii.

În ceea ce privește exprimarea, aceasta devine dificilă în cazul împărțirii în scris, astfel că necesitatea exprimării complexe, cu denumirea unităților, apare numai în măsura în care o reclamă însușirea conștientă a procedeelelor. De aceea, de îndată ce elevii reușesc să pătrundă sensul împărțirii și încep să înțeleagă tehnica operației, trebuie să se stăruie mereu și cu o perseverență din ce în ce mai evidentă asupra formării deprinderilor de calcul cu utilizarea mijloacelor tehnice proprii acestei operații și pentru cunoașterea variatelor particularități ale împărțirii în scris. De altfel, în cazul împărțirii, nu se poate vorbi de un anumit fel de exprimare completă, ca în cazul înmulțirii, deoarece această exprimare se confundă cu explicația amănunțită și justificarea procedeelelor adoptate, astfel încât tendința spre o exprimare simplificată, spre o schematizare a procedeelelor de împărțire în scris trebuie să se manifeste de la primele exerciții ca o necesitate organică.

Clasificarea diferitelor cazuri de împărțire prezintă de asemenea dificultăți care pot fi înlăturate cu ușurință. Cea mai frecventă clasificare o constituie aceea care se referă la numărul de cifre ale împărțitorului, adică: împărțirea la un număr de o singură cifră și împărțirea la un număr de două cifre. Fiecare din aceste cazuri implică procedee speciale și tratare separată.

4.2.4.1. Împărțirea orală

Împărțirea orală cuprinde în primul rând: împărțirea unui număr format din sute întregi la un număr de o singură cifră, apoi a unui număr format din sute și zeci, la un număr de o singură cifră, fiecare număr de sute și fiecare număr de zeci împărțindu-se exact la împărțitor.

Procedeul pentru împărțirea sutelor se stabilește prin comparație cu împărțirea unităților și a zecilor, formulându-se observația corespunzătoare; sutele se împart ca și unitățile, ca și zecile.

Pentru împărțirea unui număr format din sute și zeci, se împart întâi sutele, apoi zecile la împărțitor, însumându-se rezultatele. Procedeul se stabilește prin aplicarea în acest caz a celor stabilite la împărțirea zecilor și la împărțirea sutelor.

Exemplu:
$$\begin{array}{r} 480 : 4 = \underline{\quad} \\ 400 : 4 = 100 \end{array}$$

$$80 : 4 = 20$$

$$100 + 20 = 120$$

Întrucât elevii iau cunoștință pentru prima dată de cazul **împărțirii incomplete**, adică a **împărțirii cu rest**, iar experiența arată că însușirea acestor noțiuni întâmpină serioase dificultăți, din cauză că necesită un mai înalt grad de pătrundere a sensului împărțirii, este necesar să se acorde suficientă atenție acestei împărțiri, cu atât mai mult cu cât în continuare împărțirea cu rest este mai frecventă decât cea exactă, și odată ce noțiunile sunt formate și fixate, se vor putea întrebuița cu succes în rezolvarea cazurilor de împărțire cu resturi succesive.

Din aceste motive se recomandă procedee metodice cât mai apropiate de nivelul de înțelegere al elevilor, cât mai atractive și mai concludente.

Primele exerciții de împărțire cu rest trebuie să reprezinte formularea matematică a unor acțiuni ce se petrec în fața elevilor, pe care le realizează elevii înșiși, făcând constatări pe cazuri concrete și extinzând apoi aceste constatări la alte cazuri asemănătoare, concrete, semiconcrete sau abstracte.

Exemplu: Elevii sunt puși să împartă 2 creioane la 2 elevi, să constate că împărțirea s-a făcut exact și să scrie matematic concluzia: $2 : 2 = 1$. Apoi să împartă 3 creioane la 2 elevi, să constate că fiecare elev primește câte un creion, dar mai rămâne 1 creion, deci concluzia scrisă matematic este: $3 : 2 = 1$, rest 1. În mod asemănător se va proceda în continuare cu împărțirea a 4, 5, 6, ... obiecte în două părți egale, scriindu-se într-o coloană împărțirile exacte și în altă coloană cele cu rest, astfel:

$$\begin{array}{ll} 2 : 2 = 1 & 3 : 2 = 1, \text{ rest } 1 \\ 4 : 2 = 2 & 5 : 2 = 2, \text{ rest } 1 \\ 6 : 2 = 3 & 7 : 2 = 3, \text{ rest } 1 \end{array}$$

și așa mai departe până la 10 sau chiar până la 20.

Analizându-se împărțirile scrise pe cele două coloane, se poate stabili cu ușurință că fiecare împărțire din prima coloană s-a făcut exact, deci toate acestea sunt împărțiri exacte și fiecare din a doua coloană s-a făcut cu rest, deci, toate sunt împărțiri cu rest.

La fel se procedează cu împărțirile la 3, formulându-se concluzii asemănătoare, cu deosebirea că în cazul împărțirii la 3, resturile pot fi 1 sau 2 și făcându-se constatarea că fiecare din aceste resturi este mai mic decât împărțitorul.

Se procedează în același fel cu împărțirea numerelor 4, 5, 6, 7, 8, ... la 4, a numerelor 5, 6, 7, ... la 5 etc.

Pentru ca elevii să se deprindă de pe acum cu verificarea cifrei de la cât, este indicat ca la fiecare împărțire să se facă și **verificarea** prin înmulțire, la împărțirea cu rest adăugându-se la produs restul.

Exemplu: $7 : 3 = 2$ rest 1, pentru că $2 \times 3 = 6$ și cu 1 fac 7.

Numai după ce elevii și-au format în mod clar și complet noțiunea de împărțire cu rest, spre deosebire de împărțirea exactă, se poate trece la **împărțirea cu rest a unui număr format din zeci și unități**: $46 : 5$; $27 : 8$; $75 : 9$, apoi **a unui număr format din sute, zeci și unități**: $547 : 2$; $928 : 3$ etc.

4.2.4.2. Împărțirea în scris

Cuprinde numeroase și variate particularități. Se va prezenta ca exemplu **împărțirea unui număr de trei cifre la un număr de o singură cifră și anume în cazul când unitățile de fiecare ordin ale deîmpărțitului se împart exact la împărțitor**.

Acest caz de împărțire se predă în clasa a IV-a, în cadrul împărțirii unui număr natural mai mic ca 1000 la un număr de o cifră și este important din următoarele motive:

-este primul caz de împărțire în scris și deci cu ajutorul lui se introduc procedeele împărțirii în scris, procedee care sunt noi și cu totul deosebite de cele întâlnite la celelalte operații;

-este singurul caz de împărțire în scris care face legătura directă și completă cu împărțirea orală, deoarece operația se poate efectua cu ușurință și oral, câtă vreme la toate celelalte cazuri următoare, calculul oral întâmpină dificultăți, motiv pentru care la rezolvarea lor se renunță treptat la calculul oral, pe măsură ce calculul în scris devine mai avantajos;

-este singurul caz de împărțire în scris care nu prezintă nici un fel de particularitate, astfel încât el oferă posibilitatea însușirii de către elevi a tehnicii împărțirii.

Pentru **introducerea tehnicii împărțirii**, se poate proceda în felul următor:

După ce s-a stabilit necesitatea efectuării unei operații din această categorie, spre exemplu $369 : 3$, ori cu ajutorul unei probleme, ori dată direct ca exercițiu, se scrie operația pe rând, apoi se efectuează calculul oral cu scrierea operațiilor ajutătoare, după care elevii sunt anunțați că li se va arata felul cum se face împărțirea în scris, stabilindu-se în primul rând că împărțirea în scris se face ca și cea orală, împărțindu-se pe rând unitățile deîmpărțitului începând cu cele de ordinul cel mai mare, deci cu sutele și continuând cu zecile și unitățile simple, dar așezarea operației este deosebită. Împărțitorul nu se mai așează sub deîmpărțit și nici câtul, ci în rând. Se trece apoi la efectuarea în scris a operației. Utilizând exprimarea completă, adică cu denumirea unităților: 3 sute împărțite în 3 părți egale fac 1 sută. Se scrie la cât 1 și se face proba: 1 ori 3 fac 3.

Se scrie 3 sub sute, se trage linie, se scade și nu rămâne nimic. Deci sutele s-au împărțit exact. Se împart acum zecile, dar pentru aceasta se iau separat, se coboară și se spune: 6 zeci împărțite în 3 părți egale ... etc.

După ce procedeul împărțirii în scris este repetat de elevi, cu exprimarea completă, se trece la exprimarea prescurtată pe care o prezintă tot institutorul și pe care de asemenea o repetă elevilor. Exprimarea prescurtată este următoarea: 3 în 3 se cuprinde de o dată (se scrie 1 la cât), pentru că 1 ori 3 fac 3 (se scrie 3 sub sute), se trage linie, se scade și nu rămâne nimic (se trag două linii); se coboară 6; 3 în 6 se cuprinde de 2 ori (se scrie 2 la cât) ... etc.

Cu efectuarea calculelor la acest exercițiu tabla are următorul aspect:

Scrierea operației	Calculul oral	Calculul în scris
$369 : 3 = 123$	$300 : 3 = 100$	$369 : 3 = 123$
	$60 : 3 = 20$	$\underline{3}$
	$9 : 3 = 3$	$= 6$
		$\underline{6}$
		$= 9$
		$\underline{9}$
		$=$

§4.3. Metodologia predării-învățării ordinii efectuării operațiilor

4.3.1. Ordinea efectuării operațiilor

În clasele I-IV elevilor li se cere să rezolve diferite exerciții complexe, adică exerciții care cuprind mai multe operații. Ordinea efectuării operațiilor și utilizarea parantezelor se învață în clasa a III-a. De aceea, înainte de a învăța ordinea efectuării operațiilor, exercițiile complexe pe care le rezolvă elevii, sunt astfel alcătuite încât operațiile se efectuează corect în ordinea în care sunt scrise. Aceste exerciții se prezintă sub mai multe forme, după operațiile pe care le conțin:

-exerciții care conțin operații de un singur fel, adică numai adunări sau scăderi etc.;

-exerciții care conțin operații de același ordin, adică numai adunări și scăderi, sau numai înmulțiri și împărțiri;

-exerciții care conțin operații de ordine diferite: înmulțiri sau împărțiri cu adunări și scăderi.

Rezolvând astfel de exerciții în clasele I-II (adunări și/sau scăderi), cât și în clasa a III-a (înmulțiri și/sau împărțiri cu adunări și/sau scăderi), elevii se deprind cu efectuarea succesivă a operațiilor, fără să se gândească la faptul că s-ar putea pune problema existenței unor anumite reguli în ceea ce privește ordinea efectuării acestora. De aceea sarcina institutorului constă în primul rând în a arăta elevilor că nu întotdeauna este corect să se efectueze operațiile în ordinea în care sunt scrise; pentru aceasta, utilizând un exercițiu în rezolvarea căruia prin schimbarea ordinii operațiilor se obțin rezultate diferite, se scoate în evidență necesitatea stabilirii unor norme care să reglementeze ordinea efectuării operațiilor.

Operațiile aritmetice se clasifică în două categorii:

-operații de ordinul I: adunarea și scăderea;

-operații de ordinul II: înmulțirea și împărțirea.

Se pot enunța următoarele **reguli**:

-dacă într-un exercițiu toate operațiile sunt de același ordin, adică numai adunări și scăderi, sau numai înmulțiri și împărțiri, ele se efectuează în ordinea în care sunt scrise;

-dacă un exercițiu cuprinde atât operații de ordinul I, cât și operații de ordinul II, atunci ordinea efectuării operațiilor este următoarea:

-în primul rând se efectuează operațiile de ordinul II, adică înmulțirile și împărțirile, în ordinea în care sunt scrise;

-în al doilea rând se efectuează operațiile de ordinul I, adică adunările și scăderile, de asemenea în ordinea în care sunt scrise.

Precizarea referitoare la efectuarea operațiilor de același ordin exprimată prin cuvintele **în ordinea în care sunt scrise** este necesară deoarece comutativitatea unui șir de adunări și scăderi sau a unui șir de înmulțiri se învață mai târziu și nerespectarea acestei indicații constituie o sursă permanentă de greșeli.

Regulile enunțate mai sus se însușesc prin aplicarea lor în exerciții, iar acestea trebuie să utilizeze la început numere mici, astfel încât calculul să se poată face mental și fără dificultăți, pentru ca atenția elevilor să fie orientată asupra aplicării regulilor privitoare la ordinea operațiilor și nu asupra operațiilor respective. Trecerea la exerciții care conțin numere mari și combinații din ce în ce mai complicate trebuie să se facă treptat.

Din punct de vedere metodic este indicat ca în exercițiile care conțin operații de ordine diferite, după efectuarea operațiilor de ordinul II să se scrie din nou exercițiul, înlocuind operațiile efectuate cu rezultatele obținute, rămânând prin urmare operațiile de ordinul I, care apoi se efectuează și ele conform regulilor stabilite. În acest fel sunt mai bine marcate cele două momente importante în succesiunea efectuării operațiilor: întâi operațiile de ordinul II, apoi cele de ordinul I. De asemenea, la primele exerciții este bine să se indice prin numerotare ordinea operațiilor pentru ca să se evite eventualele confuzii.

4.3.2. Folosirea parantezelor

Parantezele se întrebunțează pentru a modifica ordinea operațiilor în cazurile în care apare această necesitate. Cel mai mult întrebunțate sunt următoarele:

-paranteza mică sau rotundă (...);

-paranteza mare, dreaptă sau pătrată [...];

-paranteza acoladă {...}.

Introducerea parantezelor se poate face prin intermediul unor probleme.

Exemplu:

Maria a cules 11 kg de afine iar sora ei Ana 4 kg. Afinele culese au fost puse în caserole de câte 3 kg fiecare. Câte caserole s-au umplut?

Din rezolvarea acestei probleme se constată că mai întâi se efectuează adunarea și apoi împărțirea. Pentru a marca acest fapt se folosesc parantezele rotunde, iar formula numerică a rezolvării problemei este: $(11+4):3$.

Parantezele pătrate și acoladele se pot introduce în mod asemănător, ajungând la desprinderea **regulilor după care se efectuează operațiile în cadrul exercițiilor cu paranteze:**

- întâi se efectuează operațiile din interiorul parantezelor, apoi cele din afara lor;
- desfacerea parantezelor are loc în ordinea gradului lor, adică întâi se desfac parantezele rotunde, apoi cele pătrate și urmă parantezele acolade (se poate proceda și în ordine inversă, dar apar dificultăți care conduc la greșeli frecvente);
- în interiorul unei paranteze se respectă ordinea operațiilor.

§4.4. Formarea limbajului matematic și a deprinderilor de calcul mintal la școlarul mic

4.4.1 Limbajul matematic

Se știe că învățarea oricărei științe începe, de fapt, cu asimilarea limbajului ei noțional. Studiul matematicii urmărește să ofere elevilor, la nivelul lor de înțelegere, posibilitatea explicării științifice a noțiunilor matematice.

Există o legătură strânsă între **conținutul** și **denumirea** noțiunilor, care trebuie respectată inclusiv în formarea noțiunilor matematice. Orice denumire trebuie să aibă acoperire în ceea ce privește înțelegerea conținutului noțional; altfel, unii termeni apar cu totul străini față de limbajul activ al copilului, care, fie că-l pronunță incorect, fie că îi lipsesc din minte reprezentările corespunzătoare, realizând astfel o învățare formală.

Limbajul matematic, fiind limbajul conceptelor celor mai abstracte, care constituie elementul de comunicare sigură și precisă la ora de matematică se introduce la început cu unele dificultăți. De aceea, trebuie mai întâi asigurate înțelegerea noțiunii respective, sesizarea esenței, uneori într-un limbaj accesibil copiilor. Pe măsură ce se asigură înțelegerea noțiunilor respective, trebuie prezentată și denumirea lor științifică. De altfel, problema raportului dintre **riguros** și **accesibil** în limbajul matematic al elevilor este permanent prezentă în preocupările institutorilor. Astfel, rolul institutorului nu se limitează la a transmite elementele de limbaj, ci a le clarifica folosindu-le în aplicații, solicitându-le elevilor să formuleze întrebări și probleme cu acestea, să fie prezentate și folosite comparativ, în aplicații simple în scopul înțelegerii lor și în aplicații complexe pentru consolidarea acestora.

Unul dintre obiectivele cadru este: formarea și dezvoltarea capacității de a comunica utilizând limbajul matematic. Noile programe de matematică prevăd explicit obiective legate de însușirea unor deprinderi de comunicare, ce presupun stăpânirea limbajului matematic și vizează capacități ale elevului, cum sunt:

- folosirea și interpretarea corectă a termenilor matematici;
- înțelegerea formulării unor sarcini cu conținut matematic, în diferite contexte;
- verbalizarea acțiunilor matematice realizate;
- comunicarea în dublu sens (elevul să fie capabil să pună întrebări în legătură cu sarcinile matematice primite și să răspundă la întrebări în legătură cu acestea).

Limbajul matematic al elevilor din clasele I-IV, trebuie să conțină elemente cum ar fi: număr, cifră, număr cu două, trei,... cifre, adunare scădere, înmulțire, împărțire, ordin, clasă, verificare, probă, termeni, descăzut, scăzător, factori, deînmulțit, înmulțitor, deîmpărțit,

împărțitor, sumă, diferență, produs, cât, rest, mulțime, elementele unei mulțimi, necunoscută, adevărat, fals, etc., precum și elemente de comparare: mai mare cu, mai mic cu, de atâtea ori mai mare, de atâtea ori mai mic și citirea simbolurilor: $>$, $<$, $=$, $+$, $-$, \times , $:$. În rezolvarea problemelor sunt necesare și alte elemente de limbaj în funcție de tipul problemei: doime, jumătate, pătrime, sfert, a patra parte, treime, a treia parte, dublu, triplu, înzecit, însutit, viteză, timp, distanță, capacitate, masă, volum, perimetru, lungime, lățime, suprafață, timp, unități monetare, mai lung, mai înalt, mai ușor, mai greu, cel mai lung, mai îndepărtat, mai apropiat, etc.

4.4.2. Calculul mintal

I) Noțiunile de: calcul mintal și calcul în scris

Calculul mintal este calculul care se efectuează în gând, fără a întrebuința mijloace sau procedee tehnice ale calculului în scris sau ale diferitelor dispozitive: abac, numărătoare cu bile, calculator electronic, scheme, grafice etc.

Calculul mintal cuprinde: **calculul mintal propriu-zis și calculul oral.**

Calculul mintal propriu-zis este acel calcul în cadrul căruia se specifică operația cu indicarea elementelor ei și se cere doar rezultatul. Operația se efectuează în minte, fără a fi utilizat vreun material didactic, fără repetarea și fără scrierea ei.

Calculul oral este acel calcul în care se repetă atât operația, cât și procedeele întrebuințate în efectuarea ei, în care se cer și se dau explicații, indiferent dacă se scriu sau nu operațiile de bază și cele auxiliare, fără a folosi însă procedeele tehnice ale calculului în scris. Se poate întrebuința material didactic.

Exercițiile de calcul mintal care se scriu pe tablă sau pe caietele elevilor se numesc **exerciții scrise.**

În calculul mintal, scrierea exercițiilor nu constituie un procedeu de calcul, ci se face doar cu scopul de a pune în evidență diferite etape ale calculului efectuate în minte în scopul reținerii unor rezultate sau al stabilirii procedeelelor.

Calculul în scris este calculul în care se folosesc anumite procedee scrise, anumite elemente de tehnică bazate pe scrierea rezultatelor parțiale și a operațiilor (cum ar fi, de exemplu, procedeul de adunare în scris a numerelor de mai multe cifre, care utilizează ca procedeu tehnic așezarea termenilor unul sub altul, cu unitățile de anumite ordine de asemenea unele sub altele, iar ca procedeu de operație: adunarea succesivă a unităților de același ordin între ele, începând de la dreapta la stânga și de jos în sus). Această tehnică este succesoarea calculului mintal, pe care nu-l elimină, ba chiar îl presupune, dar în concentrate numerice mici, unde s-au format deprinderi temeinice. Calculul în scris are avantajul că poate fi utilizat pe valori numerice oricât de mari, eliminând eforturile de memorare a unor rezultate parțiale.

Pentru formarea unor deprinderi de ordine, institutorul trebuie să urmărească la elevi și plasarea în pagină a calculului în scris, rezervând în dreapta paginii un spațiu pentru redactarea acestuia.

Nu trebuie confundate exercițiile scrise, care se referă la calculul mintal cu calculul în scris. Nu există însă o delimitare strictă a calculului în scris de cel mintal, întrucât calculul în scris nu se poate dispensa de cel mintal, între cele două forme existând o strânsă interdependență. Calculul mintal constituie o etapă premergătoare și necesară pentru calculul în scris.

II) Importanța calculului mintal

Din faptul că în clasele I-IV cea mai mare parte din exerciții și probleme se rezolvă exclusiv prin calcul mintal și chiar după ce elevii învață calculul în scris, în paralel se utilizează și cel mintal, rezultă importanța acestuia.

Formarea priceperilor și a deprinderilor de calcul mental are o importanță deosebită în pregătirea multilaterală a elevilor și în formarea acestora din punct de vedere matematic, deoarece:

- calculul mental, precedând pe cel în scris, inițiază pe elev în cunoașterea diferitelor forme de calcul, formându-i priceperile și deprinderile necesare trecerii la calculul în scris;

- calculul mental dezvoltă facultățile cognitive ale elevului, în special memoria, atenția, judecata și rapiditatea gândirii, procesele de analiză și sinteză ale gândirii, contribuie la formarea de stereotipuri dinamice necesare pentru însușirea în continuare a cunoștințelor de matematică, pentru dezvoltarea creativității acestuia;

- contribuie la dezvoltarea gândirii matematice la elevi și a capacității intelectuale în general; gândirea elevilor este introdusă în efort, contribuie la încălzirea minții;

- contribuie la dezvoltarea capacității de clasificare a diferitelor noțiuni matematice, de a integra aceste noțiuni într-un ansamblu de cunoștințe necesare rezolvării problemelor.

- și nu în ultimul rând, practica vieții sociale, cu necesitățile ei de zi de zi, activitatea desfășurată zilnic la serviciu, nu pot fi concepute fără utilizarea la fiecare pas a calculului matematic, în special a calculului mental.

În cadrul orelor de matematică elevii sunt puși în situația de a efectua calcule aplicând procedeele învățate și de a alege procedeul de calcul cel mai potrivit cazului dat pentru a afla mai repede și mai ușor rezultatul, de a aplica unor variate cazuri particulare principiul de rezolvare. Aceasta dezvoltă puterea de înțelegere, spiritul de inițiativă, perspicacitatea.

De aceea se și spune despre calculul mental că este cea mai simplă formă a muncii creative a elevului în domeniul matematicii.

III) Locul calculului mental în predarea matematicii. Organizarea calculului mental

În cadrul lecțiilor de matematică adesea se utilizează calculul oral deoarece aici apare necesitatea folosirii unor explicații în scopul însușirii conștiente a operațiilor aritmetice și a diferitelor procedee de calcul.

În funcție de modul lor de utilizare în cadrul lecțiilor, exercițiile se pot clasifica astfel:

- exerciții de calcul oral rezolvate cu institutorul, care constau în comunicarea orală a exercițiului, repetarea lui, efectuarea în minte a operațiilor, indicarea procedurii de calcul și comunicarea rezultatului;

- exerciții scrise rezolvate cu institutorul care constau în comunicarea orală a exercițiului, scrierea lui, repetarea lui, efectuarea în minte a calculului, anunțarea rezultatului și scrierea acestuia;

- exerciții scrise și rezolvate prin muncă independentă, în cadrul căreia institutorul prezintă elevilor exercițiile, urmând citirea acestora și copierea lor de către elevi, care le vor rezolva fără nici un ajutor din afară, după care se vor citi rezolvările exercițiilor și rezultatele obținute. În această categorie se pot încadra și exercițiile date ca temă pentru acasă, deoarece procedeul de lucru este același.

Elevii pot lua cunoștință de exercițiile pe care urmează să le rezolve în mai multe moduri:

- prin copierea exercițiilor din manual sau culegere;

- prin copierea exercițiilor de pe tablă;

- prin dictarea lor de către institutor;

- prin folosirea fișelor de lucru.

Calculul mental propriu-zis este utilizat în special pentru formarea deprinderilor de aplicare a anumitor reguli sau pentru consolidarea anumitor procedee, dar și pentru formarea unor abilități necesare calculului rapid. El constă în comunicarea exercițiilor printr-un mijloc oarecare, efectuarea mentală a operațiilor și anunțarea numai a rezultatului, fără a se cere repetarea exercițiului sau indicarea procedurilor folosite în rezolvarea acestora. Comunicarea exercițiilor se

poate face cu ajutorul unor planșe sau al unor tabele numerice, cu ajutorul figurilor geometrice, al schemelor, desenelor, etc., institutorul indicând exercițiile, iar elevii rezolvându-le mental.

Calculul oral este specific lecțiilor de dobândire de noi cunoștințe, în care elevii învață noi procedee de calcul, dar se utilizează și în lecțiile de consolidare a cunoștințelor, priceperilor și deprinderilor în care elevii reiau prin exerciții orale sau scrise procedeele învățate în cadrul orelor anterioare.

Calculul mental propriu-zis se utilizează atât în lecțiile de consolidare a cunoștințelor - ca formă de activitate utilizată în lecție, cât și în lecțiile de dobândire de noi cunoștințe, unde poate fi folosit în cadrul primei părți a lecției: în timpul verificării și reactualizării cunoștințelor, sau în evaluarea cunoștințelor - ca formă de activitate cu ajutorul căreia elevii își clarifică și își fixează noțiunile dobândite în cursul lecției.

Tehnica desfășurării exercițiilor de calcul mental propriu-zis diferă de la caz la caz, în funcție de natura exercițiilor considerate și de formele lor de prezentare. Oricare ar fi însă forma aleasă, institutorul trebuie să dea în prealabil indicații detaliate și suficiente în legătură cu organizarea și desfășurarea calculului, astfel încât pe parcurs să nu fie nevoie de reveniri sau lămuriri suplimentare, care ar deruta elevii sau le-ar distra atenția asupra unor amănunte neesențiale. Ritmul de desfășurare al acestei forme de activitate este diferit, trecându-se treptat de la un ritm lent în primele lecții, la unul din ce în ce mai susținut.

Întrucât calculul mental propriu-zis solicită într-un grad înalt gândirea elevilor, rezultă că această activitate nu trebuie să depășească 5 minute, durata optimă fiind de 2-4 minute.

IV) Procedee de calcul mental

În viața cotidiană, datorită deprinderilor formate din cauza nevoilor zilnice, se întrebuițează unele procedee de calcul, mai ales în legătură cu mânăuirea banilor, dar pe care școala nu le întrebuițează în suficientă măsură.

Procedeele de calcul mental se pot grupa în două categorii:

1. Procedee generale, care se aplică oricăror numere (cu excepția celor scrise în altă bază de numerație) și care se bazează pe sistemul pozițional zecimal și pe proprietățile operațiilor aritmetice. Aceste procedee au fost prezentate în momentul introducerii operațiilor aritmetice.

2. Procedee speciale, care se aplică numai anumitor numere, cu o structură specială și care se bazează pe relații aritmetice particulare ce pot fi stabilite între ele. Există o mare varietate de procedee speciale. Cele mai utilizate sunt:

-procedeele rotunjirii prin lipsă sau prin adaos care constă în neglijarea sau adăugarea unor unități de un anumit ordin, pentru a obține numere cu care calculele sunt mai ușor de efectuat;

Exemple: adunare: $397 + 299 = (400 - 3) + (300 - 1) = 400 + 300 - 3 - 1 = 696$

scădere: $308 - 206 = (300 + 8) - (200 + 6) = 300 - 200 + 8 - 6 = 102$

înmulțire: $200 \times 13 = 200 \times (10 + 3) = 200 \times 10 + 200 \times 3 = 2000 + 600 = 2600$

împărțire: $392 : 4 = (400 - 8) : 4 = 400 : 4 - 8 : 4 = 100 - 2 = 98$

-procedeele bazate pe proprietățile de comutativitate și asociativitate ale adunării și înmulțirii;

Exemplu: $146 + 259 + 54 + 341 = (146 + 54) + (259 + 341) = 200 + 600 = 800$

-procedeele înmulțirii succesive constă în descompunerea unuia dintre factori într-un produs de factori mai mici, cu efectuarea înmulțirilor în ordinea în care apar;

Exemplu: $48 \times 6 = 48 \times 2 \times 3 = 96 \times 3 = 288$.

-procedeele împărțirii succesive constă în descompunerea în factori a împărțitorului și apoi împărțirea de împărțitorului în mod succesiv la factorii obținuți;

Exemplu: $24 : 8 = 24 : (2 \times 2 \times 2) = 12 : (2 \times 2) = 6 : 2 = 3$

-procedeele de înmulțire cu 5, cu 25, cu 50, cu 9, cu 11

Procedeul de înmulțire cu 5 constă în înmulțirea cu 10 și împărțirea la 2, etc.

Exemple:
 $42 \times 5 = 42 \times 10 : 2 = 420 : 2 = 210$
 $17 \times 25 = 17 \times 100 : 4 = 1700 : 4 = 425$
 $38 \times 50 = 38 : 2 \times 100 = 19 \times 100 = 1900$

V) Exerciții de calcul mintal

Exercițiile de calcul mintal pot fi grupate în două categorii:

-exerciții simple care cuprind o singură operație;

-exerciții compuse care cuprind două sau mai multe operații de același fel, de același ordin sau de ordine diferite.

Formele sub care se prezintă aceste exerciții sunt de o mare varietate astfel că din acest punct de vedere ele nici nu pot fi încadrate în anumite categorii limitative. Varietatea formelor este necesară atât pentru a stârni și menține mereu treaz interesul elevilor în rezolvarea exercițiilor, cât și pentru dezvoltarea proceselor de gândire, de formare a unor noi legături temporare în scoarța cerebrală, de stabilire a unor stereotipuri dinamice, deoarece dacă în prima fază operațiile matematice se efectuează prin procese de gândire și calcul, în faza a doua, operațiile fundamentale, procedeele mai importante de calcul mintal trebuie să se efectueze pe baza unor procese de memorie și a deprinderilor formate prin repetarea neconținută a acestor operații și procedee.

Exercițiile simple se pot prezenta sub următoarele forme:

-exerciții în care se indică operația ce urmează a fi efectuată cu numerele date;

Exemplu: Adunați numerele 9 și 21.

-exerciții în care se cere să se găsească un număr care să fie mai mare sau mai mic cu câteva unități sau de câteva ori decât un număr dat;

Elevii urmând ca pe baza unor procese de gândire să stabilească întâi operația corespunzătoare și apoi să efectueze această operație.

-exerciții în care se denumește rezultatul operației ce urmează a se efectua asupra numerelor date;

Aceste exerciții solicită mai mult gândirea elevilor deoarece mintea copilului trebuie să găsească întâi operația corespunzătoare și să se fixeze asupra acesteia pe baza procesului de asociere stabilit între cele două noțiuni: operația și denumirea rezultatului și apoi să efectueze calculul respectiv.

Exemplu: Aflați suma numerelor 19 și 7.

-exerciții de stabilire a grupărilor posibile pentru unitățile unui anumit număr dat;

Exemplu: Grupările posibile pentru unitățile numărului 48 sunt: $1+47$; $2+46$;...: $12+36$;...; $47+1$. Toate aceste grupări pot fi spuse pe rând, iar calculul devine mai interesant, antrenează mai mulți elevi și solicită gândirea într-o măsură mai mare, dacă institutorul enunță unul din termenii grupării, iar elevii îl folosesc pe celălalt.

Exemplu: Institutorul: 15, elevii: 33.

-exerciții de înmulțire cu un factor constant sau cu produsul constant;

Exemplu: Când unul din factori este 8, elevii spun toate înmulțirile numărului 8 cunoscute; dacă produsul este constant (exemplu 36), elevii spun toate perechile de numere al căror produs este 36: 6×6 , 4×9 , 12×3 , 18×2 , 36×1 .

-exerciții formate cu ajutorul tabelelor numerice;

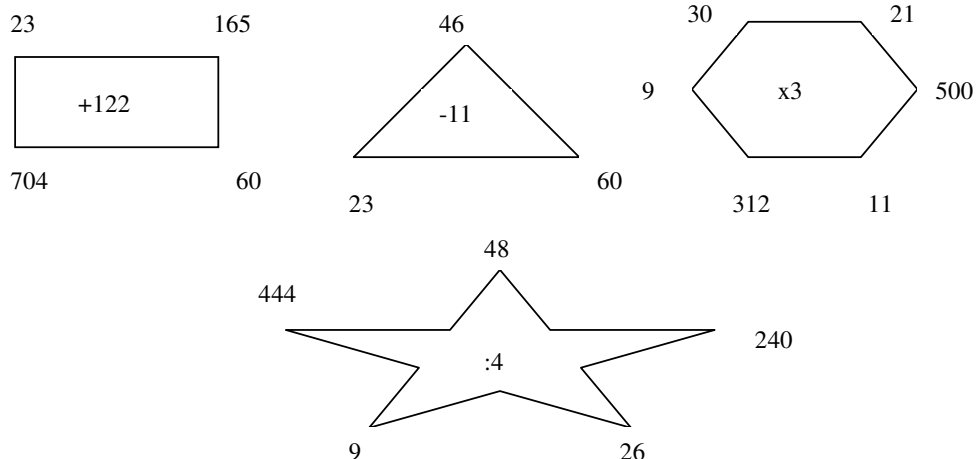
Acestea pot fi operații de un singur fel, de exemplu, numai adunări sau numai scăderi etc.

a	5	10	100
b	6	7	5

axb	30	70	500
-----	----	----	-----

-**exerciții formate cu ajutorul figurilor geometrice: unghi, triunghi, pătrat sau dreptunghi, pentagon, hexagon, etc;**

În centrul figurii se află semnul care indică operația ce urmează a fi efectuată și numărul respectiv ca termen sau factor constant, iar la vârfuri se află numerele care reprezintă cel de-al doilea termen sau factor al operației:



-**exerciții prezentate sub formă de jocuri matematice** cum ar fi: ghicirea unor numere a căror sumă diferență sau produs sunt date, jocul mut, pătratele magice etc.

Exercițiile compuse cunosc următoarele forme mai importante:

-**exerciții prezentate sub formă de calcul curent;**

Exemplu: $3 + 8 - 5 + 7 + 12 - 10 =$ sau $[(4 + 6) \times 5 - 8]: 7 =$

-**exerciții de adunare succesivă sau de scădere a aceluiași număr.**

Exemple:

Adunarea succesivă a numărului 6, începând cu 6: $6 + 6 = 12$, $12 + 6 = 18$,...

Începând cu 1: $1 + 6 = 7$, $7 + 6 = 13$,...

Începând cu 2 etc.

Scăderea succesivă a numărului 4 începând de la 40: $40 - 4 = 36$, $36 - 4 = 32$,...

Începând de la 39, 38, etc.

În afară de aceste tipuri reprezentative de exerciții există o mare varietate de alte exerciții de calcul mental prezentate sub diferite forme ce se pot utiliza cu succes, indiferent de capitolul sau tema lecției. Valorificarea acestor forme de activitate în cadrul lecțiilor de matematică depinde de imaginația și personalitatea institutorului, care poate crea și utiliza o gamă cât mai diversă de astfel de exerciții pentru a stârni interesul elevilor față de lecția de matematică și pentru a stimula participarea elevilor la lecție.

Test de autoevaluare

1. Prezentați un demers didactic pentru predarea la clasă a adunării a două numere naturale formate fiecare din zeci și unități, fără trecere peste ordin.
2. Prezentați un demers didactic pentru predarea la clasă a tablei înmulțirii cu 5 (cls a III-a).
3. Precizați pașii algoritmului și evidențiați etapele calculului în scris pentru împărțirea unui număr de două cifre la un număr de o cifră, în cazul când unitățile de fiecare ordin ale deîmpărțitului se împart exact la împărțitor.
4. Formulați o problemă care să illustreze ordinea efectuării operațiilor într-un exercițiu de tipul $X - Y \times Z$.

Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

1. Revezi 4.1.3. (Adunarea și scăderea numerelor naturale în concentrul 0-100 -adunarea a două numere formate fiecare din zeci și unități, fără trecere peste ordin).
2. Revezi 4.2.1. (Înmulțirea numerelor naturale mai mici decât 100).
3. Revezi 4.2.4. (Împărțirea numerelor naturale mai mici decât 1000-4.2.4.2. Împărțirea în scris).
4. Revezi 4.3.1. (Ordinea efectuării operațiilor).

Lucrare de verificare 2

1. Prezentați un demers didactic pentru predarea la clasă a scăderii în cazul descăzutului cuprins între 10 și 20 și scăzătorului de o cifră, mai mare decât unitățile descăzutului.
2. Prezentați un demers didactic pentru predarea la clasă a înmulțirii a două numere naturale de două cifre.
3. Compuneți o problemă care să ilustreze necesitatea introducerii parantezelor rotunde.
4. Explicați importanța calculului mental în cadrul lecției de matematică a școlarului mic.

Sugestii pentru acordarea punctajului

Oficiu:	10 puncte
Subiectul 1:	30 puncte
Subiectul 2:	30 puncte
Subiectul 3:	20 puncte
Subiectul 4:	10 puncte

Rezumat

Această unitate de învățare are ca scop dobândirea unor cunoștințe și capacități privind metodologia predării-învățării operațiilor de adunare, scădere, înmulțire și împărțire în mulțimea numerelor naturale, precum și a ordinii efectuării operațiilor și a folosirii parantezelor. În finalul acestei unități sunt analizate: atât importanța formării limbajului matematic la școlarul mic, precum și locul și rolul calculului mental în cadrul lecțiilor de matematică la clasele I-IV.

Bibliografie

Ana, D., Ana, M.L., Logel, D., Logel-Stroescu, E., : *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*. Editura CARMINIS, Pitești, 2005.

Atanasiu, Gh., Purcaru, M.A.P., *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*, Editura Universității „Transilvania” din Brașov, 2002.

Lupu, C., Săvulescu, D.: *Metodica predării matematicii. Manual pentru clasa a XI-a. Licee pedagogice*. Editura Paralela 45, Pitești, 1998.

Lupu, C.: *Metodica predării matematicii. Manual pentru clasa a XII-a. Licee pedagogice*. Editura Paralela 45, Pitești, 1999.

Neacșu, I., (coordonator): *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1988.

Roșu, M.: *Metodica predării matematicii pentru colegiile universitare de institutori*, Universitatea din București, Editura CREDIS, 2004.

Roșu, M.: *Didactica matematicii în învățământul primar*, MEC, Unitatea de Management a Proiectului pentru Învățământul Rural, 2007.

****Manualele școlare (în vigoare) de matematică pentru clasele I-IV*.

***Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului, Consiliul Național pentru Curriculum. Programe școlare pentru învățământul primar, revizuite. București, 2003(I,II), 2004(III), 2005(IV).

Unitatea de învățare nr. 5

METODOLOGIA PREDĂRII-ÎNVĂȚĂRII MĂRIMILOR ȘI UNITĂȚILOR DE MĂSURĂ PENTRU MĂRIMI

Cuprins

Obiectivele unității de învățare.....	46
§5.1. Mărime. Măsurarea unei mărimi. Unități de măsură. Importanța studierii lor.....	46
§5.2. Obiective și conținuturi ale predării-învățării mărimilor și unităților de măsură ale acestora.....	47
§5.3. „Firul roșu” al predării-învățării unităților de măsură pentru mărimi la clasele I-IV.....	49
5.3.1. Lungimea.....	49
5.3.2. Capacitatea.....	49
5.3.3. Masa.....	50
5.3.4. Timpul.....	50
Test de autoevaluare.....	51
Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	51
Rezumat.....	51
Bibliografie.....	52

Obiectivele unității de învățare

În urma parcurgerii acestei unități de învățare, studenții vor fi capabili:

- să aplice metodologia predării-învățării mărimilor și a unităților de măsură pentru mărimi la clasele I-IV;
- să cunoască specificul introducerii mărimilor și a unităților de măsură pentru mărimi, la clasa I;
- să conștientizeze particularitățile unei lecții vizând predarea-învățarea mărimilor și a unităților de măsură pentru mărimi, la clasele II-IV.

§5.1. Mărime. Măsurarea unei mărimi. Unități de măsură. Importanța studierii lor

În clasele I-IV, studiul mărimilor și al unităților de măsură reprezintă o interfață între matematică și viața de zi cu zi.

Pe baza observațiilor și a reprezentărilor intuitive, elevii fac cunoștință cu unele noțiuni de bază despre mărimi și unități de măsură de largă utilizare, strict necesare omului.

Cunoașterea unităților de măsură, formarea capacității de a le utiliza cu ușurință și corect, dezvoltă rigurozitatea în raționament a elevilor, precizia și exactitatea. Operațiile cu unitățile de măsură și transformările lor duc simultan și la dezvoltarea gândirii active și operaționale.

Noțiunea de mărime, ce apare în sistemul predării-învățării matematicii în ciclul primar este socotită ca și cea de mulțime o noțiune primară, înțelegerea ei făcându-se pe bază de exemple.

Mărimile abordate începând cu clasa I sunt: lungimea, volumul (capacitatea vaselor), masa, timpul și valoarea.

A măsura o mărime oarecare, înseamnă a compara această mărime cu o alta, luată ca unitate de măsură. Prin operația de măsurare se stabilește un raport numeric între mărimea de măsurat și unitatea de măsură considerată.

De exemplu a măsura masa unui obiect înseamnă a o compara cu masa unui alt obiect, pe care îl vom considera drept unitate de măsură.

Elevii trebuie să fie conduși să simtă necesitatea comparării mărimilor și introducerii unităților de măsură. Astfel, pentru a putea executa măsurările, elevii vor trebui învățați să înțeleagă conceptul de unitate de măsură și cum să folosească instrumentele de măsură.

Elevii vor înțelege că măsurările pe care le execută sunt asociate cu comparațiile pe care încearcă să le facă. Astfel, puși în fața situației-problemă de a decide în care dintre două vase prezentate este un volum mai mare de apă, elevii vor încerca diverse rezolvări. Vor compara folosind o ceașcă, un pahar, un vas de dimensiuni mai mici, stabilind astfel mai multe rezultate ale măsurării. Pe această bază vor înțelege cu mai multă ușurință necesitatea existenței unei unități de măsură standard și anume în cazul de față litrul (unitatea principală cu care se măsoară capacitatea vaselor).

Înțelegerea măsurării și a unităților de măsură nu implică întotdeauna introducerea imediată a unităților standard. Instructorul trebuie să utilizeze unitățile nestandard (de exemplu: palmă, creion etc.). După ce se exersează măsurarea unei mărimi cu o unitate nestandard, este important să se dea câteva date istorice legate de istoria măsurărilor, la noi și în alte țări, din care să reiasă că și în procesul intensificării schimburilor economice și științifice a rezultat ca o necesitate unificarea unităților de măsură.

O problemă importantă în vederea succesului interacționării copilului cu mediul este aceea a estimării dimensiunilor unui obiect sau fenomen (estimarea lungimii unui obiect sau a unui drum, a capacității unui vas, a masei unui corp, a duratei desfășurării unui eveniment, etc.). Este necesar ca estimările făcute de elevi să fie verificate prin măsurare directă pentru ca eroarea de apreciere să scadă. În acest scop, trebuie făcută și o conectare la realitatea înconjurătoare, solicitările trebuind să vizeze mărimi și dimensiuni ale unor obiecte, distanțe, fenomene pe care elevii le întâlnesc frecvent în viața de zi cu zi.

§5.2. Obiective și conținuturi ale predării-învățării mărimilor și unităților de măsură ale acestora

Predarea-învățarea mărimilor și unităților de măsură ale acestora vizează realizarea următoarelor **obiective**:

- cunoașterea intuitivă a noțiunii de mărime prin prezentarea mărimilor des utilizate: lungime, volum, masă, timp;
- dezvoltarea motivației la elevi pentru a realiza necesitatea introducerii unităților de măsură nestandard și apoi standard pentru o mărime considerată;
- înțelegerea măsurării ca o activitate de determinare a numărului care arată de câte ori se cuprinde etalonul în dimensiunea ce trebuie măsurată;
- formarea deprinderii de a măsura, a alege și a utiliza unele unități de măsură nestandard și de a cunoaște unitățile principale pentru mărimea studiată;
- formarea și dezvoltarea capacității de a cunoaște și a utiliza instrumentele de măsură;
- formarea capacității de a consemna, compara și interpreta rezultatele măsurărilor;
- formarea capacității de a aprecia corect diversele mărimi din mediul ambiant;
- formarea deprinderii de a opera cu măsurile a două obiecte de același fel, atât prin acțiune directă, cât și prin calcul;

Drept **obiective specifice pentru clasele a III-a și a IV-a** se adaugă, la cele de mai sus, următoarele:

- dezvoltarea motivației la elevi pentru a realiza necesitatea introducerii multiplilor și submultiplilor unităților principale de măsură;
- cunoașterea multiplilor și submultiplilor unităților principale de măsură ale mărimilor studiate;
- formarea deprinderii de a cunoaște și a utiliza instrumentele de măsură specifice acestora;
- formarea capacității de a măsura utilizând multiplii și submultiplii unităților de măsură ale mărimilor studiate;
- formarea deprinderii de a transforma unitățile de măsură folosind multiplii și submultiplii;

-formarea capacității de a aplica în probleme cunoștințele dobândite despre unitățile de măsură.

Obiectivele de referință corespunzătoare capitolului vizând mărimile la **clasa I** solicită ca elevii să fie capabili:

-să măsoare dimensiunile, capacitatea sau masa unor obiecte, folosind unități de măsură nestandard aflate la îndemâna copiilor ;

-să recunoască orele fixe pe ceas.

Conținuturile învățării sunt:

-măsurări cu unități nestandard: (palmă, creion, bile, cuburi, etc.) pentru lungime, capacitate, masă;

-măsurarea timpului; recunoașterea orelor fixe pe ceas; unități de măsură: ora, ziua, săptămâna, luna.

Obiectivele de referință corespunzătoare capitolului vizând mărimile la **clasa a II-a** solicită ca elevii să fie capabili:

-să măsoare și să compare lungimea, capacitatea sau masa unor obiecte folosind unități de măsură nestandard adecvate, precum și următoarele unități de măsură standard: metrul, litrul;

-să utilizeze unități de măsură pentru timp și unități monetare.

Conținuturile învățării sunt:

-măsurări folosind etaloane neconvenționale;

-unități de măsură pentru lungime (metrul), capacitate (litru), masă (kilogramul), timp (ora, minutul, ziua, săptămâna, luna), monede;

-utilizarea instrumentelor de măsură adecvate: metrul, rigla gradată, cântarul, balanța.

Obiectivul de referință corespunzător capitolului vizând mărimile la **clasa a III-a** solicită ca elevii să fie capabili să utilizeze instrumente și unitățile de măsură standard și nestandard pentru lungime, capacitate, masă, timp și unitățile monetare în situații variate.

Conținuturile învățării:

-măsurări folosind etaloane neconvenționale;

-unități de măsură pentru lungime: metrul, **multiplii, submultiplii(fără transformări)**; unități de măsură pentru capacitate: litrul, **multiplii, submultiplii (fără transformări)**; unități de măsură pentru masă: kilogramul, **multiplii, submultiplii (fără transformări)**; unități de măsură pentru timp: ora, minutul, ziua, săptămâna, luna, **anul**; monede și **bancnote, inclusiv cele europene**;

-utilizarea instrumentelor de măsură adecvate: metrul, rigla gradată, cântarul, balanța.

Obiectivul de referință corespunzător capitolului vizând mărimile la **clasa a IV-a** solicită ca elevii să fie capabili să utilizeze instrumente și unitățile de măsură standard și nestandard pentru lungime, capacitate, masă, **suprafață**, timp și unitățile monetare în situații variate.

Conținuturile învățării sunt:

-măsurări folosind etaloane convenționale: utilizarea instrumentelor de măsură adecvate: metrul, rigla gradată, cântar, balanța, ceas;

-unități de măsură pentru lungime: metrul, multiplii, submultiplii, **transformări prin înmulțire și împărțire cu 10, 100, 1000**;

-unități de măsură pentru capacitate: litrul, multiplii, submultiplii, **transformări prin înmulțire și împărțire cu 10, 100, 1000**;

-unități de măsură pentru masă: kilogramul, multiplii, submultiplii, **transformări prin înmulțire și împărțire cu 10, 100, 1000**;

-unități de măsură pentru timp: ora, minutul, **secunda**, ziua, săptămâna, luna, anul, **deceniul, secolul, mileniul**; monede și bancnote.

§5.3. „Firul roșu” al predării-învățării unităților de măsură pentru mărimi la clasele I-IV

Caracteristici generale ale predării-învățării unităților de măsură

- predarea este ciclică;
- se pornește de la unități de măsură nestandard către cele standard;
- predarea învățarea oricărei unități de măsură are un pronunțat caracter intuitiv și participativ;
- se pornește de la propria experiență de viață a copiilor legată de mărimi și măsură;
- prin măsurători nestandard se ajunge la ideea necesității măsurării cu unități standard.

5.3.1. LUNGIMEA

- măsurarea lungimii, lățimii, înălțimii cu unități nestandard: mâna, cotul, creionul, pasul, guma etc.;
- aparitia noțiunilor antagonice: mare-mic, înalt-scund, lung-lat, gros-subțire, stabilite prin comparare;
- sublinierea necesității apariției și folosirii unității de măsură standard- metrul, notația folosită;
- utilizarea unor instrumente de măsură potrivite pentru măsurarea lungimii: rigla, centimetrul de croitorie, metrul liniar, metrul tâmplarului, ruleta;
- exersarea capacității de măsurare pornind de la obiectele din clasă, acasă și afară (în practică institutorul alege acele lungimi ce pot fi exprimabile în numerele naturale pe care elevii le cunosc la acel moment);
- conștientizarea asupra necesității introducerii multiplilor și submultiplilor metrului pentru exprimarea mai comodă a lungimilor mai mari/mai mici, notații folosite;
- asocierea multiplilor cu mărirea de 10 ori, 100 de ori, 1 000 de ori și a submultiplilor cu micșorarea de 10 ori, 100 de ori, 1 000 de ori (utilizarea “scării”);
- formarea deprinderilor de efectuare rapidă și precisă a măsurătorilor utilizând și multipli și submultipli ai metrului;
- transformări dintr-o unitate de măsură în altă unitate de măsură;
- rezolvări de probleme .

5.3.2. CAPACITATEA

- compararea și sortarea vaselor prin măsurare directă;
- compararea vaselor de aceeași capacitate și formă diferită;
- diferențierea: mult-puțin;
- măsurarea capacității unui vas cu unități nestandard;
- sublinierea necesității introducerii unității standard pentru capacitatea vaselor- litrul, notația folosită;
- conștientizarea asupra necesității introducerii multiplilor și submultiplilor litrului pentru exprimarea mai comodă a capacității vaselor mai mari/mai mici, notații folosite;
- asocierea multiplilor cu mărirea de 10 ori, 100 de ori, 1 000 de ori și a submultiplilor cu micșorarea de 10 ori, 100 de ori, 1 000 de ori (utilizarea “scării”);
- utilizarea unor instrumente de măsură potrivite pentru măsurarea capacității, întâlnite în practică;
- formarea deprinderilor de efectuare rapidă și precisă a măsurătorilor utilizând și multipli și submultipli ai litrului;
- transformări dintr-o unitate de măsură în altă unitate de măsură;
- rezolvări de probleme.

5.3.3. MASA

- compararea prin mânuire directă, apariția noțiunilor: mai ușor-mai greu, tot atât de greu;
- folosirea balanței cu brațe egale în stabilirea relației dintre masele obiectelor;
- compararea, sortarea și gruparea obiectelor cu aceeași masă;
- conservarea masei, folosind un obiect care poate fi descompus în părți;
- utilizarea unităților de măsură nestandard în măsurarea masei unor corpuri;
- sublinierea necesității introducerii unității standard pentru masă- kilogramul, notația folosită;
- utilizarea unor instrumente de măsură potrivite pentru măsurarea masei: cântarul de bucătărie, de baie, de la piață, balanța, cântarul electronic, cântarul cu resort, etc.;
- exerciții practice de măsurare;
- conștientizarea asupra necesității introducerii multiplilor și submultiplilor kilogramului pentru exprimarea mai comodă a maselor mai mari/mai mici, notații folosite;
- asocierea multiplilor cu mărirea de 10 ori, 100 de ori, 1 000 de ori și a submultiplilor cu micșorarea de 10 ori, 100 de ori, 1 000 de ori (utilizarea “scării”);
- formarea deprinderilor de efectuare rapidă și precisă a măsurătorilor utilizând și multipli și submultipli ai kilogramului;
- transformări dintr-o unitate de măsură în altă unitate de măsură;
- rezolvări de probleme.

5.3.4. TIMPUL

- predarea-învățarea mărimii “timp” și a unităților de măsură se face în strânsă legătură cu acțiunile, fenomenele și evenimentele periodice cunoscute de elevi;
- se începe cu cele mai cunoscute de elev: ora, ziua, săptămâna ,luna, anul măsurate cu ceasul și calendarul;
- timpul este ciclic și se înțelege studiind programul de activități zilnice ale elevului, ora la care face acea acțiune;
- săptămâna se conștientizează prin activitățile școlare și de acasă;
- luna ca unitate mai mare decât ziua și săptămâna, se prezintă printr-un proces comparativ de apreciere a activităților desfășurate într-o săptămână și într-o lună;
- denumirea fiecărei luni (și anotimp) se asociază cu ordinea în an, din data scrisă zilnic pe tablă;
- noțiunea de an -ca intervalul dintre zilele aniversare, dintre o primăvară și alta;
- zilele lunilor (30/31/29/28) se pot învăța folosind proeminențele pumnilor;
- deceniul, secolul, mileniul;
- unitatea de măsură standard- secunda, notația folosită;
- multipli și submultipli, notații folosite;
- utilizarea unor instrumente de măsură potrivite pentru măsurarea timpului: calendarul, ceasul de mână, de perete, pendula, orologiul, cronometrul, ceasul electronic, clepsidra, etc.;
- transformări dintr-o unitate de măsură în altă unitate de măsură;
- rezolvări de probleme.

Referitor la concretizarea și aplicarea practică a cunoștințelor despre timp se vor prezenta în continuare câteva **acțiuni** sau observații ce pot fi **întreprinse**:

- confeccionarea unui cadran de ceas;
- întocmirea calendarului pe o săptămână care să cuprindă denumirile zilelor și datele respective, sau pe o lună, ori pe mai multe luni;
- întocmirea calendarului pe un an sub formă de bandă a timpului;
- notarea cu consecvență a datei;
- cunoașterea, notarea de către elev a datei de naștere, precum și a datelor de naștere ale membrilor din familie;
- exprimarea vârstei lor și a prietenilor, a părinților etc.;

- măsurarea și exprimarea în unități corespunzătoare a timpului necesar pentru a parcurge anumite distanțe: de acasă la școală, de acasă până la cel mai apropiat magazin alimentar etc.;
- cunoașterea vârstei pe care o pot atinge unele animale sălbatice, animale domestice;
- durata vieții copacilor și pomilor fructiferi etc.;
- ținerea evidenței în unități de timp a activității pe care o desfășoară elevul într-o anumită perioadă: ora deșteptării, ora plecării la școală, timpul petrecut la școală etc.;
- stabilirea unui regim rațional de muncă și odihnă cu precizarea în unități de timp a activităților programate;
- realizarea interdisciplinarității matematică-comunicare (notarea în unități de timp a datelor biografice ale unor scriitori etc.);
- realizarea interdisciplinarității matematică-istorie;
- evidențierea unor evenimente petrecute în viața colectivului;
- formularea și rezolvarea unor probleme aplicative legate de începutul, durata sau sfârșitul unui eveniment în cadrul unei ore etc.

Test de autoevaluare

1. Definiți noțiunea de măsurare a unei mărimi.
2. Exemplificați unități de măsură nestandard care se pot utiliza în măsurarea mărimilor, în clasa I.
3. Enumerați cel puțin patru obiective ale predării învățării mărimilor și unităților de măsură ale acestora în ordinea importanței lor.
4. Precizați conținuturile predării-învățării mărimilor și unităților de măsură ale acestora la clasele a III-a și a IV-a.
5. Prezentați "firul roșu" al predării-învățării unităților de măsură pentru masă, la clasele I-IV.

Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

1. Revedi 5.1 (Mărime. Măsurarea unei mărimi. Unități de măsură. Importanța studierii lor)
2. Revedi 5.2 și 5.3. (Obiective și conținuturi ale predării-învățării mărimilor și unităților de măsură ale acestora; „Firul roșu” al predării-învățării unităților de măsură pentru mărimi la clasele I-IV).
3. Revedi 5.2 (Obiective și conținuturi ale predării-învățării mărimilor și unităților de măsură ale acestora), analizează și ordonează cel puțin 4 obiective.
4. Revedi 5.2 (Obiective și conținuturi ale predării-învățării mărimilor și unităților de măsură ale acestora), enumeră conținuturile învățării uneia dintre cele două clase.
5. Revedi 5.3. și 5.3.3 („Firul roșu” al predării-învățării unităților de măsură pentru mărimi la clasele I-IV; Masa).

Rezumat

Această unitate de învățare are ca scop dobândirea unor cunoștințe asupra mărimilor și unităților de măsură pentru mărimi care se studiază în clasele I-IV, precum și a capacităților de predare-învățare a acestora. După precizarea locului și importanței mărimilor și unităților de măsură pentru mărimi în procesul de instruire și educare al școlarului mic, sunt prezentate noțiunile de: mărime, măsurare a unei mărimi și unitate de măsură. Sunt enumerate obiectivele și conținuturile învățării mărimilor și unităților de măsură pentru mărimi la clasele I-IV. Unitatea se încheie cu prezentarea particularităților predării-învățării unităților de măsură pentru: lungime, capacitate, masă și timp.

Bibliografie

Ana, D., Ana, M.L., Logel, D., Logel-Stroescu, E., : *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*. Editura CARMINIS, Pitești, 2005.

Atanasiu, Gh., Purcaru, M.A.P., *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*, Editura Universității „Transilvania” din Brașov, 2002.

Neacșu, I., (coordonator): *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1988.

Roșu, M.: *Metodica predării matematicii pentru colegiile universitare de institutori*, Universitatea din București, Editura CREDIS, 2004.

Roșu, M.: *Didactica matematicii în învățământul primar*, MEC, Unitatea de Management a Proiectului pentru Învățământul Rural, 2007.

****Manualele școlare (în vigoare) de matematică pentru clasele I-IV*.

***Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului, Consiliul Național pentru Curriculum. Programe școlare pentru învățământul primar, revizuite. București, 2003(I,II), 2004(III), 2005(IV).

Unitatea de învățare nr. 6

PREDAREA ELEMENTELOR DE GEOMETRIE

Cuprins

Obiectivele unității de învățare.....	53
§6.1. Locul și importanța elementelor de geometrie în procesul de instruire și educare al școlarului mic.....	53
§6.2. Obiective și conținuturi ale învățării elementelor de geometrie.....	54
§6.3. Intuitiv și logic în învățarea geometriei.....	55
§6.4. Metodologia predării-învățării elementelor de geometrie.....	56
6.4.1. Învățarea noțiunilor de geometrie în special prin procese intuitive și formarea lor inițială pe calea inductivă.....	56
6.4.2. Predarea-învățarea cunoștințelor geometrice în spiritul rigurozității geometriei.....	58
6.4.3. Funcționalitatea elementelor de geometrie.....	58
§6.5. Formarea conceptelor cu conținut geometric.....	58
Test de autoevaluare.....	59
Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	59
Rezumat.....	59
Bibliografie.....	59

Obiectivele unității de învățare

În urma parcurgerii acestei unități de învățare, studenții vor fi capabili:

- să aplice metodologia predării-învățării elementelor de geometrie la clasele I-IV;
- să promoveze unitatea dintre intuiție și logică în învățarea elementelor de geometrie;
- să creeze necesitatea psihologică a argumentării afirmațiilor matematice cu conținut geometric.
- să conștientizeze particularitățile unei lecții vizând predarea-învățarea elementelor de geometrie.

§6.1. Locul și importanța elementelor de geometrie în procesul de instruire și educare al școlarului mic

Elementele de geometrie reprezintă o punte ai cărei piloni sunt sufletul și mintea elevului, iar drept capete, are natura cu simbolurile ei concrete și matematica cu simbolurile ei abstracte.

Noțiunile de geometrie capătă o importanță majoră datorită mai multor aspecte:

-ajută elevul să înțeleagă legile care domină lumea matematicii, în special, și lumea înconjurătoare, în general, deoarece elementele geometriei ne înconjoară încă din primii ani de viață;

-capitolul referitor la noțiunile de geometrie, îl premerge pe cel al formării conceptului de număr natural. Aceasta din două motive: geometria este ușor adaptabilă particularităților de vârstă ale preșcolarului și de aceea se predă în grădinițe în mod organizat; posibilitatea de a fi predată gradat, permite cadrului didactic să folosească simple noțiuni de geometrie, pe care le-a dobândit preșcolarul, în formarea noțiunilor abstracte legate de numerele naturale și operațiile cu acestea. Noțiunile de geometrie devin astfel baza formării tuturor celorlalte noțiuni matematice, chiar dacă nu aparțin în mod special geometriei;

-noțiunile de geometrie pe care elevul le dobândește în clase I-IV joacă un rol important în înțelegerea, însușirea și aplicarea celorlalte noțiuni dobândite mai departe, în clasele gimnaziale și chiar în liceu sau facultate;

-multe din temele altor obiecte de învățământ se bazează pe cunoașterea și utilizarea punctelor, liniilor, figurilor geometrice. De exemplu educația plastică are teme legate de tehnica Origami și Tangram, tehnici care au la bază îndoirea figurilor geometrice din hârtie în vederea obținerii unor jucării, sau asamblarea unor figuri geometrice pentru a se realiza diferite figurine. Alte teme fac referire la noțiunile legate de punct și linie: „Linia- element de limbaj plastic”, „Punctul-element de limbaj plastic”. Deci noțiunile geometrice asigură realizarea conexiunii cu alte domenii ale cunoașterii : geografie, biologie, educație plastică, educație fizică, etc.

-noțiunile de geometrie dezvoltă procesele cognitive și pe cele regulatorii, încă din primii ani de viață;

-noțiunile de geometrie asigură cadrul dezvoltării unor capacități intelectuale specifice: a intuiției geometrice, a raționamentului ipotetico-deductiv, precum și al celui inductiv-analitic.

-noțiunile de geometrie au o contribuție valoroasă la dezvoltarea gândirii logice, a raționamentului, la formarea spiritului de observație, la rafinarea operațiilor de analiză și sinteză vizând legăturile dintre proprietățile figurilor, orientate progresiv spre redescoperirea relațiilor intime în structura figurilor, la formarea conduitei rezolutive vizând construcția unor noi căi de rezolvare a problemelor sau de verificare a adevărilor geometrice, precum și la stimularea plăcerii de a cerceta și de a descoperi prin forțe proprii.

§6.2. Obiective și conținuturi ale învățării elementelor de geometrie

Predarea-învățarea elementelor de geometrie vizează realizarea următoarelor **obiective**:

-cunoașterea intuitivă a unor noțiuni de geometrie și utilizarea unor concepte specifice geometriei;

-dezvoltarea capacităților de explorare/investigare a mediului înconjurător, în vederea formării unor reprezentări și noțiuni geometrice concrete precum și inițierea în rezolvarea problemelor de geometrie cu un pronunțat caracter practic;

-formarea și dezvoltarea capacității de a comunica, prin introducerea în limbajul activ al elevilor a unor termeni din geometrie;

-dezvoltarea interesului și a motivației pentru studiul geometriei și aplicarea acesteia în contexte variate.

Obiectivul de referință corespunzător capitolului de geometrie la **clasa I** este: recunoașterea formelor plane, sortarea și clasificarea obiectelor date sau a desenelor după criterii diverse.

Conținuturile învățării sunt: figuri geometrice: triunghi, pătrat, dreptunghi, cerc.

Obiectivul de referință corespunzător capitolului de geometrie la **clasa a II-a** este: recunoașterea formelor plane și spațiale, clasificarea figurilor geometrice sau a obiectelor după criterii variate.

Conținuturile învățării sunt:

-forme plane: pătrat, triunghi, dreptunghi, cerc;

-interiorul și exteriorul unei figuri geometrice;

-forme spațiale: cub, sferă, cilindru, con, cuboid (paralelipiped dreptunghic), fără terminologie.

Obiectivul de referință corespunzător capitolului de geometrie la **clasa a III-a** este: recunoașterea și descrierea formelor plane și spațiale, clasificarea obiectelor și desenelor după criterii variate.

Conținuturile învățării sunt:

-forme plane: pătrat, triunghi, dreptunghi, cerc, poligon, punct, segment, linie dreaptă, linie frântă, linie curbă;

-interiorul și exteriorul unei figuri geometrice;

-observarea și descrierea intuitivă a obiectelor cu forme spațiale: cub, sferă, cilindru, con, cuboid (paralelipiped dreptunghic).

Obiectivul de referință corespunzător capitolului de geometrie la **clasa a IV-a** este: observarea și descrierea proprietăților simple ale formelor plane și spațiale și recunoașterea proprietăților simple de simetrie ale unor desene.

Conținuturile învățării sunt:

- drepte paralele și drepte perpendiculare;
- figuri geometrice plane:
 - observarea și descrierea unor proprietăți simple referitoare la laturi și unghiuri: triunghi, pătrat, dreptunghi, romb, paralelogram, trapez;
 - figuri geometrice care admit axe de simetrie: pătrat, dreptunghi, romb;
 - utilizarea proprietăților figurilor plane în calculul perimetrului unor figuri geometrice plane;
 - forme spațiale:
 - observarea și descrierea unor proprietăți simple referitoare la vârfuri, laturi, fețe ale cubului, paralelipipedului dreptunghic (cuboid), piramidei;
 - desfășurarea cubului și a cuboidului și asamblarea unor desfășurări date.

§6.3. Intuitiv și logic în învățarea geometriei

Geometria, spre deosebire de celelalte discipline matematice, oferă elevilor posibilitatea percepției directe a obiectelor lumii reale sau a imaginilor care reprezintă aceste obiecte.

Sistemul cunoștințelor de geometrie din clasele I-IV se întemeiază pe o serie de noțiuni primare cum sunt: punctul și dreapta, care au o bază intuitivă, precum și pe un număr de adevăruri evidente (teoreme în geometria euclidiană), pe care intuiția și experiența le acceptă fără demonstrație, accentul fiind pus pe tratarea problemelor aplicative, provenite din realitate.

Ținând seama de faptul că gândirea copilului din clasele primare e insuficient dezvoltată pentru a se ridica la abstractizări, și nu dispune de capacitatea de a formula raționamente complicate, în procesul însușirii cunoștințelor de geometrie se utilizează preponderent metoda inductivă, completată progresiv cu raționament de tip analogic și deductiv, care constă în descoperirea adevărurilor pe baza raționamentului logic ipotetico-deductiv. Elevul trebuie să vadă el însuși, cunoașterea senzorială trebuie să fie dublată de cea rațională.

Prin predarea și învățarea geometriei în ciclul primar, se urmărește ca elevii să-și însușească cunoștințele fundamentale pornind de la observarea obiectelor din realitatea cunoscută și accesibilă lor. Astfel, primele elemente de geometrie sunt selectate din realitatea înconjurătoare - prin observare directă, atentă a corpurilor materiale, dirijată de către institutor – urmând ca acestea să fie completate în treptele următoare de școlarizare. Prin activitățile de construcție, desen, pliere și măsurare, institutorul va asigura implicarea tuturor organelor de simț în perceperea figurilor și crearea bazelor intuitive necesare cunoașterii lor științifice. Astfel, sub îndrumările institutorului, elevii intuiesc în jurul lor forme, figuri și proprietăți ale acestora, iar apoi ajutați și de unele modele geometrice (confeționate din carton, plastic, care redau imaginea realului), vor reprezenta prin desen figurile respective, pe baza unui proces de abstractizare care se găsește în fază incipientă, la această vârstă. Această abstractizare trebuie împinsă dincolo de desen, institutorul va stăruia ca, în final, elevii să fie capabili să-și imagineze (reprezinte) figura fără a avea în față corpul sau desenul și să opereze cu figurile astfel imaginate. Cel mai bun mijloc de înțelegere a unei proprietăți este însă descoperirea ei. Noțiunea geometrică astfel stabilită, se convertește în limbaj matematic.

Scopul tuturor achizițiilor geometrice ale elevilor din clasele I-IV trebuie să fie pregătirea, prefigurarea abilităților specifice etapei gândirii formale. Aceasta presupune necesitatea pregătirii elevului pentru a descoperi perfecțiunea raționamentului geometric.

Un concept geometric nu se poate crea spontan, ele se formează în cursul unui proces psihic asupra căruia își pun amprenta imaginația, creativitatea, puterea de generalizare și abstractizare.

Studiul riguros al geometriei se abordează pentru prima dată în clasa a VI-a, dar acesta trebuie să pornească de la ceea ce elevul cunoaște din clasele I-IV, de la modul în care el s-a familiarizat cu unele noțiuni elementare de geometrie.

Desenul deține un rol important în geometrie, astfel încât, de la primele clase construcția figurilor geometrice trebuie să primeze în structura lecțiilor cu conținut geometric. Un element ajutător ce trebuie exploatat în sprijinul intuiției este și culoarea, care își aduce aportul asupra stimulării memoriei vizuale și a captării atenției.

Trecerea de la lucrul cu obiecte concrete spre reprezentarea figurilor cu vergete, creioane sau bețișoare, iar apoi spre desenul propriu-zis al figurii, se va face treptat, pentru a le da elevilor posibilitatea înțelegerii acestor figuri. Desenul va fi mai întâi explicat pentru ca elevii să înțeleagă corespondența existentă între fiecare segment trasat și modelul real prezentat. Construcția unei figuri geometrice are avantajul că prezintă prin câteva linii forma figurilor, sugerează relații între elementele lor, pe baza cărora elevii sunt puși să descopere alte proprietăți, care, apoi, se pot verifica prin raționament.

Pe măsura dezvoltării gândirii elevilor, institutorul îi va conduce pe aceștia de la faza imaginilor vizuale spre abstractizări și generalizări.

Noțiunile de geometrie trebuie să parcurgă la școlarul mic drumul de la imaginea materializată, la imaginea concretizată prin desen și apoi la imaginea fixată prin limbaj.

Pentru o învățare cât mai temeinică a cunoștințelor de geometrie, în procesul de predare-învățare trebuie folosite materiale didactice și mijloace de învățământ adecvate, care este indicat să respecte: mărimea, dimensiunea, aspectul estetic, să fie o expresie fidelă a ceea ce reprezintă și să fie în concordanță cu particularitățile de vârstă ale elevilor. Materialele prezente în mediul clasei și nu numai din acest mediu, planșele reflectând concretizarea prin desen a noțiunilor, desenele executate pe tablă, modelele confecționate din materiale rigide care materializează noțiunea (set de segmente rigide, unghiuri cu laturi rigide, patrulatere cu laturi rigide etc.), instrumente de geometrie (rigla și echerul) și altele, dozate și utilizate rațional, vor contribui la învățarea temeinică a cunoștințelor de geometrie.

§6.4. Metodologia predării-învățării elementelor de geometrie

Ținând cont de stadialitatea vârstei elevilor din ciclul primar, se poate afirma că succesul în dobândirea cunoștințelor de geometrie depinde în mod semnificativ de institutor, de felul cum acesta reușește să conducă procesul predării-învățării și evaluării, de felul cum sunt orientați elevii să poată conștientiza, descoperi și aplica prin transfer aceste cunoștințe, priceperi și deprinderi.

Reușita didactică a procesului predării-învățării elementelor de geometrie este influențată, chiar determinată în multe ei aspecte, de respectarea următoarelor **cerințe metodice** analizate în continuare.

6.4.1. Învățarea noțiunilor de geometrie în special prin procese intuitive și formarea lor inițială pe cale inductivă

Această cerință impune ca studiul elementelor de geometrie să înceapă cu cercetarea directă (văz, pipăit, manipulare) a mai multor obiecte din lumea reală, situate în diverse poziții în spațiul înconjurător, în vederea sesizării (descoperirii) acelei (acelor) caracteristici comune care conturează imaginea geometrică materializată.

Imaginea geometrică materializată în obiecte este apoi transpusă în imagine, concretizată prin desen, ceea ce reprezintă o detașare a imaginii geometrice de obiectele care o generează. Concretizarea prin desen a imaginii geometrice se realizează la tablă cu instrumentele de

geometrie, iar elevii o execută în caiete, tot cu ajutorul instrumentelor. Este foarte important ca această concretizare prin desen să se facă în cât mai multe poziții pentru a nu crea limite în recunoașterea ei.

Aceste concretizări pot fi completate cu prezentarea unor planșe întocmite special pentru aceasta. Imaginea geometrică concretizată prin desen este apoi proiectată în limbajul geometriei și apare astfel noțiunea geometrică.

Pe baza limbajului geometric, și prin apel la experiența perceptivă a elevilor, institutorul va contura imaginea geometrică a noțiunii considerate și în alte situații din realitatea exterioară clasei, altele decât cele cercetate de elevi.

Se va observa, de asemenea, că, pe măsură ce sunt dobândite elementele fundamentale ale geometriei (punctul, dreapta), elevul va urca spre stadiul înțelegerii și asimilării unor figuri geometrice mai complicate (poligoane: dreptunghiul, pătratul, trapezul, triunghiul). Alături de procesele intuitive (perceperea vizuală și tactilă a modelelor materiale), respectiv concretizate de desen, predarea-învățarea presupune și acțiuni de măsurare efectivă a acestora, de comparare a rezultatelor, decupări de figuri, descompuneri ale figurii, prin figuri-componente ce le implică etc.

Explicațiile date de institutor referitor la așezarea instrumentelor și la poziția din care trebuie făcută citirea rezultatului măsurării și eventualele reluări ale procesului de măsurare, cu admiterea unor aproximări (la mm, în foaia de caiet), vor convinge elevii asupra valorii concluziilor obținute de ei în lecție pe baza figurilor studiate.

Cu privire la instrumentele de geometrie (rigla și echerul), trebuie avută în vedere necesitatea ca elevii să-și formeze deprinderi de folosire corectă și rapidă a acestora. Trasarea de drepte, segmente, unghiuri, drepte perpendiculare, drepte paralele, dreptunghiuri, pătrate, romburi etc., în diverse poziții în plan (tabla, foaia de hârtie) și realizarea de măsurări trebuie să fie executate cu precizie și rapid.

Referitor la desen, trebuie să se țină cont de necesitatea efectuării lui numai cu instrumentele, atât la tablă, cât și în caiete. Acuratețea desenului este o cerință importantă, la care se adaugă elementele de expresivitate, adică folosirea cretei colorate, trasări discontinue etc., pentru a pune în evidență anumite părți ale figurii care prezintă interes în planul înțelegerii noțiunii geometrice.

În **utilizarea materialului didactic** se impun atenției câteva **condiții**, pe care trebuie să le îndeplinească atât modelul confecționat, cât și modul, în care este folosit de institutor și elevi:

-materialul confecționat va avea dimensiuni suficient de mari pentru a fi văzut cu claritate din orice punct al clasei, precum și o construcție clară, satisfăcând condițiile estetice;

-materialul didactic trebuie să fie expresia fidelă a ceea ce trebuie să reprezinte, să contribuie la ușurarea transunerii în desen a figurii geometrice studiate, a elementelor sale și a relațiilor ce există între ele (de mărime, de paralelism, de perpendicularitate etc.);

-materialul didactic trebuie să se adreseze elevilor respectând însă particularitățile lor de vârstă; cu cât aceștia sunt mai mici se impune ca el să fie mai atractiv, dar simplu, amănuntele fără interes științific să nu intre în câmpul atenției elevilor, rămânând elemente ale fondului perceptiv.

Referitor la **folosirea materialului didactic** se mai impun și alte câteva **observații**:

-o insuficientă valorificare a acestuia duce la însușirea formală a cunoștințelor, influențând negativ procesul formării reprezentărilor spațiale;

-o folosire în exces a acestuia duce la o saturație perceptivă, la repetare de observații cu amplificări nefirești, uneori chiar la observații inutile, ceea ce ar putea abate atenția elevilor de la scopul observațiilor și intuițiilor, afectând modul de utilizare a timpului, producând greutate în realizarea generalizărilor, a însăși imaginii geometrice.

6.4.2. Predarea-învățarea cunoștințelor geometrice în spiritul rigurozității geometriei

Deși suportul de bază al predării-învățării elementelor de geometrie în clasele I-IV este cel intuitiv, totuși sistemul cunoștințelor de geometrie asimilate de elevi trebuie să corespundă rigurozității geometriei. Întâi, pentru că ele trebuie să reprezinte elemente corecte ale cunoașterii matematice, servind elevului în orientarea și rezolvarea problemelor de adaptare în spațiul înconjurător. În al doilea rând, pentru că toate aceste cunoștințe geometrice vor sta la baza continuității studiului geometriei în clasele următoare, servind treptat la formarea temeinică a conceptelor geometriei.

Intuirea punctului poate începe cu faza de concretizare prin desen, ca fiind urma lăsată pe hârtie de vârful creionului bine ascuțit (vârful pixului sau al peniței stiloului) așezat să se sprijine în vârf, sau pe tablă de vârful cretei.

De aici, copilul va înțelege că dreapta concretizată prin desen este formată din punctele, pe care vârful creionului (cretei etc.), sprijinit pe riglă și aflat și mișcare le lasă pe hârtie (tablă). El va mai înțelege că segmentul concretizat prin desen este format din puncte, iar extremitățile lui sunt primul și ultimul punct al concretizării.

Limbajul geometric este definit prin două proprietăți simple și anume: corectitudinea și consecvența folosirii lui. În acest sens, institutorul trebuie să utilizeze corect limbajul simbolic, nu va utiliza notații specifice, cu excepția notării prin litere a segmentelor, vârfurilor unui poligon (notația unghiului prin trei litere este în afara programei).

6.4.3. Funcționalitatea elementelor de geometrie

O cerință de bază a activității didactice în predarea-învățarea elementelor de geometrie o constituie necesitatea de a sensibiliza gândirea elevilor spre acele cunoștințe și abilități geometrice care sunt funcționale, adică spre acele cunoștințe ce pot fi aplicate și transferate eficient în orice situație de mediu (teoretică sau practică). În această ordine de idei, funcționalitatea cunoștințelor, deprinderilor și priceperilor geometrice trebuie să determine la elevul din clasele I-IV comportamente corespunzătoare, generate de: necesitatea cunoașterii spațialității proxime sub raportul formei și mărimii; orientarea în spațiul ambiant și reprezentarea acestui spațiu; alegerea drumului celui mai convenabil în deplasarea reală; rezolvarea corectă a problemelor de geometrie puse de institutor, carte, culegeri sau de multiplele situații reale (efectuarea de măsurători, calcule de lungimi, perimetre, arii etc.).

Institutorul trebuie să rețină că:

-abilitatea practică a elevilor de a putea să rezolve probleme se capătă prin exercițiu, prin studiu pe modele reale sau create, printr-o activitate îndrumată, printr-o activitate de grup și, în mod obligatoriu, printr-o activitate personală;

-activitatea rezolutivă asigură și consolidarea cunoștințelor de geometrie, realizând deschideri în planul motivațiilor favorabile continuării studiului, dezvoltării pe mai departe a rafinamentului gândirii geometrice.

§6.5. Formarea conceptelor cu conținut geometric

Etapele, pe care trebuie să le aibă în vedere institutorul în formarea unei noțiuni geometrice sunt următoarele:

-intuirea obiectelor lumii reale, care evidențiază noțiunea cu dirijarea atenției elevilor către ceea ce se urmărește să fie observat;

-observarea proprietăților caracteristice evidențiate de obiectele intuite;

-compararea și analizarea proprietăților pe un material didactic care materializează noțiunea;

- reprezentarea prin desen a noțiunii materializate de obiecte și materialul didactic;
- formularea definiției, prin precizarea genului proxim și a diferenței specifice, acolo unde este posibil, sau prin stabilirea proprietăților caracteristice care determină sfera noțiunii și proiectarea acesteia în limbajul geometriei;
- identificarea noțiunii și în alte poziții, situații corespunzătoare realității;
- construirea materializată a noțiunii folosind carton, hârtie, bețișoare, etc;
- clasificarea figurilor care fac parte din aceeași categorie;
- utilizarea noțiunii în rezolvarea problemelor specifice și transferul ei în situații geometrice noi.

Este de menționat că unele noțiuni geometrice impun parcurgerea tuturor acestor faze, pe când altele nu; unele noțiuni sunt realizabile într-o lecție, pe când altele într-un șir de lecții.

Adevăratul proces de formare a noțiunilor geometrice este unul de durată și nu trebuie confundat cu procesul învățării de noțiuni.

Test de autoevaluare

1. Precizați conținuturile învățării elementelor de geometrie la clasa a IV-a.
2. Optați pentru intuitiv sau logic în predarea elementelor de geometrie, motivând opțiunea aleasă.
3. Enumerați cerințele metodice care trebuie respectate în procesul predării-învățării elementelor de geometrie în ciclul primar.
4. Evidențiați rolul materialului didactic și al desenului într-o lecție de geometrie.
5. Enumerați și exemplificați etapele parcurse pentru formarea unei noțiuni geometrice.

Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

1. Revedi 6.2.(Obiective și conținuturi ale învățării elementelor de geometrie).
2. Revedi 6.3.(Intuitiv și logic în învățarea geometriei).
3. Revedi 6.3. și 6.4. (Intuitiv și logic în învățarea geometriei; Metodologia predării-învățării elementelor de geometrie).
4. Revedi 6.4.1.(Învățarea noțiunilor de geometrie în special prin procese intuitive și formarea lor inițială pe calea inductivă).
5. Revedi 6.5.(Formarea conceptelor cu conținut geometric).

Rezumat

Această unitate de învățare are ca scop dobândirea unor cunoștințe asupra elementelor de geometrie predate în școala primară, precum și a capacităților de predare-învățare a elementelor de geometrie la clasele I-IV. După prezentarea locului și importanței elementelor de geometrie în procesul de instruire și educare al școlarului mic sunt enumerate obiectivele și conținuturile învățării acestora. Este evidențiată legătura strânsă existentă între intuiție și logică în cadrul aceluiași activități. Sunt analizate cerințele metodice în predarea-învățarea elementelor de geometrie. Unitatea se încheie cu enumerarea etapelor procesului de formare a noțiunilor geometrice.

Bibliografie

Ana, D., Ana, M.L., Logel, D., Logel-Stroescu, E., : *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*. Editura CARMINIS, Pitești, 2005.

Atanasiu, Gh., Purcaru, M.A.P., *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*, Editura Universității „Transilvania” din Brașov, 2002.

Neacșu, I., (coordonator): *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1988.

Roșu, M.: *Metodica predării matematicii pentru colegiile universitare de institutori*, Universitatea din București, Editura CREDIS, 2004.

Roșu, M.: *Didactica matematicii în învățământul primar*, MEC, Unitatea de Management a Proiectului pentru Învățământul Rural, 2007.

Târnoveanu, M., Purcaru, M.A.P., Târnoveanu, C.: *Fundamente de matematică și metodică*, Editura TEHNOPRESS, Iași, 2005.

****Manualele școlare (în vigoare) de matematică pentru clasele I-IV.*

***Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului, Consiliul Național pentru Curriculum. Programe școlare pentru învățământul primar, revizuite. București, 2003(I,II), 2004(III), 2005(IV).

Unitatea de învățare nr. 7

PREDAREA FRACȚIILOR

Cuprins

Obiectivele unității de învățare.....	61
§7.1. Introducerea noțiunii de fracție	61
§7.2. Compararea fracțiilor	63
§7.3. Operații de adunare și scădere cu fracții	65
§7.4. Aflarea unei fracții dintr-un întreg	67
Test de autoevaluare.....	68
Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	68
Rezumat.....	68
Bibliografie.....	68

Obiectivele unității de învățare

În urma parcurgerii acestei unități de învățare, studenții vor fi capabili:

- să aplice demersul metodologic de predare-învățare a unității fracționare și a introducerii noțiunii de fracție, în clasa a IV-a;
- să cunoască metodologia specifică comparării fracțiilor și a operațiilor cu fracții, precum și a aflării unei fracții dintr-un întreg;
- să conștientizeze extinderea conceptului de număr natural și implicațiile psihologice ale acestuia la elevii clasei a IV-a.

§7.1. Introducerea noțiunii de fracție

Formarea noțiunii de fracție este un proces mai complicat care va fi urmat în timp de formarea conceptului de număr rațional. Din cauza dificultății formării acestuia se recomandă ca institutorul să găsească procedee și mijloace de motivare psihologică a necesității introducerii acestor numere. O cale poate fi punerea elevilor în situația de a rezolva probleme-acțiune (legate de efectuarea unor cumpărături, sau a unor măsurători etc.) ce nu au soluție în mulțimea numerelor naturale, de împărțire a unui număr natural la altul, împărțire care, de asemenea, să nu aibă soluție în mulțimea studiată etc.

Studiul numerelor raționale începe încă din clasa a II-a o dată cu învățarea termenilor de jumătate (doime) și a sfertului (pătrime) se continuă în clasa a III-a odată cu învățarea operației de împărțire și în special în a IV-a când se lărgeste conceptul de număr prin introducerea noțiunii de fracție.

Elevii înțelegând faptul că o fracție cu numitorul 1 reprezintă un număr natural, vor învăța că mulțimea numerică nou construită o include pe cea a numerelor naturale. În clasa a IV-a, studiul numerelor raționale va începe cu repetarea noțiunilor de jumătate-doime și sfert-pătrime.

Programa școlară prevede introducerea noțiunilor de doime și de pătrime și simbolurile grafice corespunzătoare $\left(\frac{1}{2} \text{ și } \frac{1}{4}\right)$. Se va continua apoi cu introducerea: treimii, cincimii,

șesimii, optimii etc. și a simbolurilor grafice respective $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}$ etc. Se va scoate în evidență, de fiecare dată, că:

o **unitate fracționară** este o parte luată din părțile la fel de mari în care s-a împărțit un întreg: obiect, imagine, formă geometrică sau număr.

La predarea-învățarea unității fracționare se va folosi un bogat și sugestiv material intuitiv, se vor utiliza metode și procedee didactice de natură să-i incite pe elevi, să activeze conduita intelectuală a acestora. Totodată, se vor folosi procedee de evaluare care să surprindă progresele făcute în planul operaționalității specifice gândirii matematice.

Ținând cont de experiența matematică redusă a elevilor din ciclul primar se recomandă ca însușirea de către elevi a noțiunii de unitate fracționară trebuie să se realizeze în mai multe **etape**:

-etapa de fracționare a unor obiecte concrete și de partiție a unor mulțimi de obiecte concrete;

Se începe cu această etapă pentru că la această vârstă, copiilor le este foarte greu să lucreze cu noțiuni abstracte. Obiectele care se vor fracționa ar trebui să fie și la îndemâna copiilor: măr, pâine, portocală, etc., iar mulțimile care se vor fracționa pot fi: bețișoare, jetoane, creioane, riglete, nuci, etc.

-etapa de fracționare prin îndoirea unor figuri geometrice plane admițând axe de simetrie, confecționate din hârtie sau carton: dreptunghi, pătrat, cerc;

-etapa de fracționare prin trasarea unor linii pe un desen geometric dat pe care îl împart în părți la fel de mari (împărțirea unui segment în mai multe segmente de aceeași lungime, trasarea axelor de simetrie într-un dreptunghi, pătrat, cerc sau a altor linii prin care să se fracționeze aceste figuri geometrice plane) **sau fracționarea imaginilor unor obiecte** - (împărțirea în jumătate sau în sfert prin trasarea unor linii pe imaginea unui măr sau a unei clădiri);

-etapa de fracționare a numerelor, care se reduce la împărțirea lor la un număr dat (pentru a afla o pătrime dintr-un număr se împarte acel număr la patru).

În cadrul fiecărei etape se va pune în evidență unitatea fracționară accentuându-se faptul că întregul a fost împărțit în părți la fel de mari.

Concomitent cu introducerea unității fracționare și a simbolului său grafic format din două numere suprapuse despărțite printr-o linie orizontală, se va explica și defini elevilor că: numărul de sub linie poartă denumirea de **numitor** și arată în câte părți egale (de aceeași mărime) s-a împărțit întregul, linia dintre numere se numește **linie de fracție**, și că numărul de deasupra liniei de fracție se numește **numărător** și arată că din numărul de părți egale în care s-a împărțit întregul s-a luat doar o singură parte.

După însușirea corectă a noțiunii de unitate fracționară (ca noțiune, ca limbaj, ca mod de scriere și citire), se introduce noțiunea de **fracție**: ca fiind una sau mai multe unități fracționare.

De exemplu: tăind un măr în patru părți egale se obțin patru sferturi sau pătrimi de măr. Dacă se alătură două dintre ele se vor obține două pătrimi de măr (sau două sferturi de măr) și se exprimă acest lucru în scris prin simbolul $\frac{2}{4}$.

În continuare, se vor face exerciții de citire și scriere de unități fracționare și de fracții, se va realiza reprezentarea lor pe desene folosind creioane colorate. În citirea unei fracții se va urmări corectitudinea exprimărilor elevilor (de exemplu: $\frac{2}{4}$ se va citi două pătrimi și nu “2 pe 4” sau „, 2 supra 4”). Se recomandă de asemenea ca numărătorii și numitorii aleși să fie numere naturale mai mici decât 10.

Sarcinile date elevilor pot fi: precizarea fracției corespunzătoare unor părți dintr-un întreg împărțit în părți egale, hașurarea sau colorarea părții dintr-un întreg (împărțit deja în părți egale) corespunzătoare unei fracții date, sau aceeași sarcină precedată de împărțirea întregului în părți egale, îndoirea unei foi de hârtie de formă dreptunghiulară astfel încât să se obțină un număr de părți egale urmată de colorarea a câtorva dintre acestea, corespunzător unei fracții date, sau

prezentarea unor obiecte concrete de două feluri sau imagini ale acestora, cerându-se elevilor să scrie fracția ce reprezintă numărul obiectelor de primul fel față de cele de felul al doilea.

Intuitiv, prin secționare de obiecte sau figurativ, se va defini egalitatea dintre fracții: două sau mai multe **fracții** sunt **egale** dacă fiecare reprezintă aceeași parte dintr-un întreg.

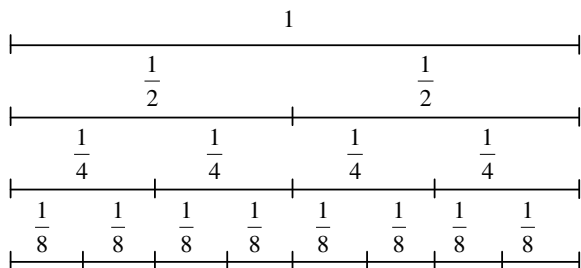


Fig. 7.1

($\frac{2}{4}$ din cerc), sau patru optimi ($\frac{4}{8}$ din cerc) reprezintă fiecare aceeași parte din cerc (o jumătate de cerc), deci toate sunt fracții egale.

Prin aplicații practice, prin observații și comparații (folosind segmente, cercuri, dreptunghiuri) se poate descoperi că și alte fracții sunt egale.

Dacă elevii își însușesc bine noțiunea de egalitate a fracțiilor, li se poate sugera modalitatea de a obține fracții egale dintr-o fracție dată prin înmulțirea atât a numitorului, cât și a numărătorului (amplificare a fracției), sau împărțirea atât a numitorului cât și a numărătorului (simplificare a fracțiilor) cu același sau prin același număr diferit de zero (în cazul în care împărțirea se poate face exact).

§7.2. Compararea fracțiilor

Aceasta se realizează în două sensuri:

I) compararea unei fracții cu întregul;

II) compararea a două sau mai multe fracții (dacă au același numitor sau același numărător) între ele.

I) Următoarele cunoștințe pe care le dobândesc elevii se referă la tipurile de fracții date de compararea cu întregul. Se revine asupra faptului că un întreg poate fi exprimat printr-o fracție în care numărătorul și numitorul sunt numere naturale egale:

$$\frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \dots = 1.$$

Prin acțiune directă cu obiecte sau cu imagini se introduc: **fracția echiunitară** ca fiind orice fracție care este egală cu un întreg, **fracția subunitară** ca fiind o fracție în care numărul părților luate (numărătorul) este mai mic decât numărul părților în care s-a împărțit întregul (numitorul) și **fracția supraunitară** în care numărătorul este un număr mai mare decât cel de la numitor. De exemplu existența acestei ultime noțiuni se poate realiza prin împărțirea a doi sau mai mulți întregi - fiecare în același număr de părți egale și luarea unui număr mai mare de părți decât a fost împărțit fiecare întreg (în fig. 7.2 s-au hașurat $5/4$).

De exemplu, în fig. 7.1 se observă că $\frac{1}{2}$ din

segment reprezintă cât $\frac{2}{4}$ din același segment

sau cât $\frac{4}{8}$ din el. Deci $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$. Se poate

proceda și astfel: se iau trei cercuri egale: unul se împarte în jumătate, altul în patru părți și al treilea în opt părți egale. Se face observația că

o jumătate ($\frac{1}{2}$ din cerc), sau două sferturi

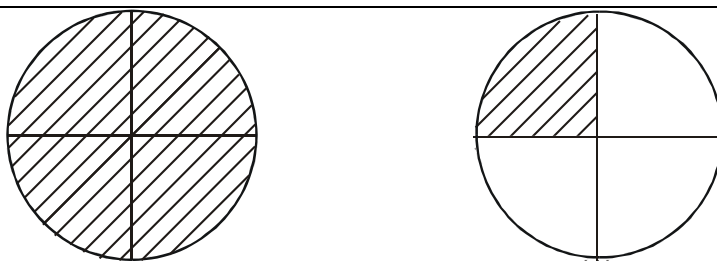


Fig. 7.2.

Se poate apela și la experiența de viață a copiilor. Spre exemplu, dacă elevul se duce la magazin și solicită o pâine și jumătate, vânzătoarea îi dă o pâine - deci două jumătăți și încă o jumătate din altă pâine. Deci, în total, trei jumătăți. Adică, $\frac{3}{2}$ pâini.

Treptat, concretul reprezentat de obiecte sau imagini va dispărea, elevii formându-și, prin simpla comparare a numărătorului cu numitorul, deprinderea de a sesiza tipul fracției.

II) Compararea fracțiilor care au același numărător sau același numitor este o temă relativ dificilă pentru elevii din clasa a IV-a. Greutatea constă în aceea că ordonarea se face de la mic la mare, dacă fracțiile au numărătorii ordonați de la mic la mare și numitorii egali, ordonarea se realizează invers - adică de la mare la mic, dacă fracțiile au aceiași numărători iar numitorii se ordonează de la mic la mare.

Pentru a micșora greutatea de înțelegere și însușire de către elevi a comparării fracțiilor se recomandă ca institutorul să înceapă cu compararea unităților fracționare:

$\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5} > \frac{1}{6} > \frac{1}{7} > \frac{1}{8} > \frac{1}{9} > \frac{1}{10}$ (vezi fig. 7.3) pe calea reprezentărilor, sau concret.

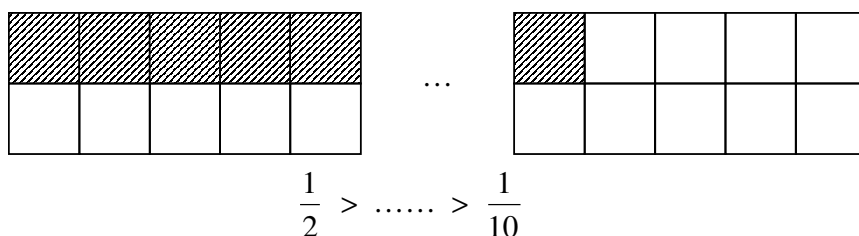


Fig. 7.3.

Se poate concluziona că doimea este cea mai mare unitate fracționară, că o urmează treimea... în general că, între două unități fracționare mai mare este aceea care are numitorul mai mic ($\frac{1}{5} > \frac{1}{8}$, deoarece $5 < 8$ sau deoarece $8 > 5$), (vezi fig. 7.4).

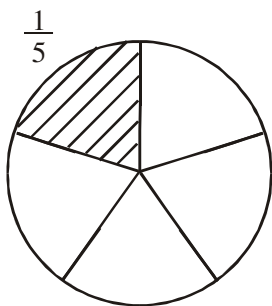


Fig. 7.4.

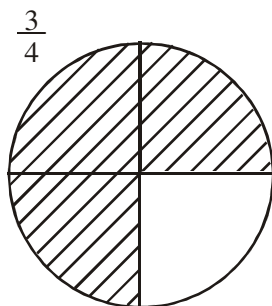
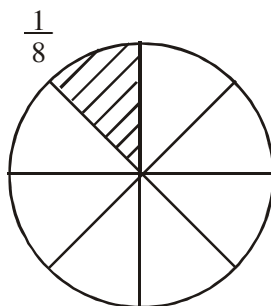
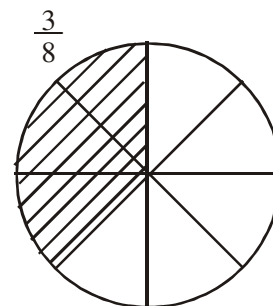


Fig. 7.5.



Se trece, în același mod de reprezentare, sau concret, la compararea fracțiilor care au același numitor. Dacă se împarte un singur cerc în opt părți de aceeași mărime și se hașurează cinci dintre ele se poate observa: partea din cerc hașurată ($\frac{5}{8}$ din suprafața cercului) este mai mare decât partea din cerc nehașurată ($\frac{3}{8}$ din suprafața cercului) și se va scrie $\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$.

Se generalizează: **dintre două fracții care au același numitor mai mare este fracția care are numărătorul mai mare.** De exemplu: $\frac{5}{10} > \frac{1}{10}$ fiindcă $5 > 1$.

În sfârșit, folosind același procedeu figurativ (fig. 7.5), se trece la compararea fracțiilor care au același numărător, dar numitorii diferiți. Prin observație, comparație și analiză se poate conchide: fracția $\frac{3}{4} > \frac{3}{8}$ fiindcă prima fracție reprezintă mai mult dintr-un întreg decât cea de a doua fracție. După mai multe exerciții se generalizează: **dintre două fracții care au același numărător este mai mare fracția care are numitorul mai mic.**

Ca **sarcini date elevilor** pot fi: obținerea unor fracții egale cu fracții date și scrierea șirului de egalități, se va realiza corelarea cu activitățile de la educație tehnologică, scrierea întregului sub forma unor fracții echivalente, stabilirea celei mai mari fracții dintre mai multe fracții având același numitor sau același numărător, compararea și ordonarea crescătoare a mai multor astfel de fracții, urmată de ordonarea lor descrescătoare.

§7.3. Operații de adunare și scădere cu fracții

În clasa a IV-a, programa școlară prevede numai efectuarea operațiilor de adunare și scădere a numerelor raționale care au același numitor.

Introducerea operației de adunare se poate face prin mai multe modalități, fiecare având însă un suport intuitiv. Elevii trebuie să înțeleagă că pentru adunarea fracțiilor care au același numitor se procedează ca și la adunarea numerelor concrete (2 mere + 4 mere = 6 mere), că se adună un număr de unități fracționare cu un alt număr de unități fracționare cu același numitor ($\frac{2}{7} + \frac{4}{7} = \frac{6}{7}$, sau două șeptimi adunate cu patru șeptimi dau rezultatul șase șeptimi).

Dacă se împarte un cerc (prin introducerea a patru diametre) în opt părți de aceeași mărime (fig. 7.6) și se hașurează într-o direcție două dintre cele opt părți și într-o altă direcție alte patru părți, se observă, împreună cu elevii, că partea hașurată din figură este formată din șase părți din cele opt în care s-a împărțit cercul. Deci, se va scrie:

$$\frac{2}{8} + \frac{4}{8} = \frac{6}{8}.$$

Se va spune că fracția $\frac{6}{8}$ este suma dintre fracțiile $\frac{2}{8}$ și $\frac{4}{8}$. Se va accentua ideea că numărătorul 6 al sumei este obținut prin adunarea numărătorilor fracțiilor care se adună.

Se vor numi fracțiile care se adună: **termeni**, iar rezultatul adunării: **sumă** sau **total**.

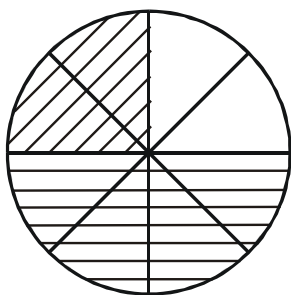


Fig. 7.6.

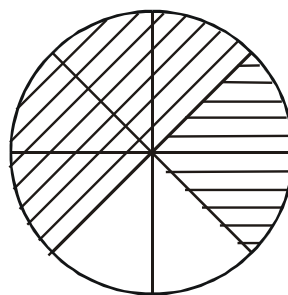


Fig. 7.7.

Sau, folosind un desen asemănător (fig. 7.7), dacă din șase părți hașurate se vor scădea două părți hașurate și ele, dar altfel, se vor obține patru părți hașurate. Cu ajutorul simbolurilor corespunzătoare se va scrie:

$$\frac{6}{8} - \frac{2}{8} = \frac{4}{8}.$$

Se vor numi și aici termenii scăderii – **descăzut** și, respectiv, **scăzător**, iar rezultatul scăderii – **rest** sau **diferență**.

Se va ajunge în acest fel la **regulile**: pentru a **aduna sau scădea două fracții cu același numitor** se adună respectiv se scad numărătorii, iar ca numitor se păstrează numitorul comun.

Se va insista asupra faptului că pentru a se putea efectua scăderea trebuie nu numai ca descăzutul și scăzătorul să aibă același numitor, dar și numărătorul descăzutului să fie un număr natural mai mare sau egal cu cel de la numărătorul scăzătorului.

În cazul în care institutorul consideră că nivelul clasei nu permite să se introducă aceste operații pe bază de imagini se poate apela la un material intuitiv concret: împărțirea în părți egale a unui măr, portocală etc. și operarea sub formă de adunare sau scădere cu o parte dintre ele.

În scopul cultivării reversibilității gândirii elevilor, datorită proprietății de simetrie a relației de egalitate este necesară abordarea unor sarcini de tipul scrierii unei fracții ca o sumă sau diferență de fracții având același numitor. De exemplu : $\frac{7}{8} = \frac{2}{8} + \frac{?}{?}$; $\frac{3}{5} = \frac{?}{5} + \frac{?}{?}$; $\frac{2}{3} = \frac{?}{?} + \frac{?}{?}$ și analog pentru scădere.

La nivelul trunchiului comun al programei, este suficient să se opereze cu fracții subunitare, deoarece utilizarea celorlalte tipuri de fracții ar atrage după sine: scoaterea întregilor din fracție.

Atât adunarea, cât și scăderea fracțiilor cu același numitor se pot introduce și prin utilizarea unor probleme-acțiune simple și semnificative din viața practică a elevilor.

Institutorul trebuie să insiste asupra procesului de formare a deprinderii de scriere corectă a fracțiilor în succesiunea lor în cadrul exercițiilor: scrierea semnelor operației (+ sau –) în dreptul liniei de fracție a primului termen, iar după semn, pe aceeași linie cu cea orizontală de la “+” sau cu “–”, se va trasa mai întâi linia de fracție a următorului termen și apoi se vor scrie numărătorul și numitorul său.

Se pot realiza și **sarcini** de genul: calcularea sumei sau a diferenței a două fracții cu același numitor, scrierea unei fracții ca sumă de două fracții cu același numitor, calcularea sumei și a diferenței a două fracții apelând la diferite suporturi intuitive, rezolvarea unor probleme în care datele și soluția să fie fracții.

§7.4. Aflarea unei fracții dintr-un întreg

Unul dintre obiectivele urmărite prin predarea fracțiilor în clasa a IV-a îl constituie aflarea unei fracții dintr-un întreg.

Procesul de calculare a unei fracții dintr-un întreg parcurge **două etape** distincte:

I) calcularea unei singure unități fracționare dintr-un întreg (un număr natural), adică aflarea unei părți dintr-un întreg;

II) calcularea unei fracții oarecare dintr-un întreg, adică aflarea mai multor părți la fel de mari dintr-un întreg.

I) Pentru prima categorie de exerciții se procedează intuitiv, folosind mai întâi material didactic tridimensional, obiecte și figuri geometrice plane decupate sau imagini, figuri geometrice desenate, apoi cantități, lungimi, mase, volume etc., ajungându-se la numere.

Exemplu:

- să se afle $\frac{1}{4}$ din aria unei suprafețe dreptunghiulare;
- să se afle $\frac{1}{3}$ din: 18 kg, 60 kg, 84 kg ...;
- să se afle $\frac{1}{2}$ din: 22 l, 40 l, 52 l ...;
- să se afle $\frac{1}{4}$ din numerele: 8, 24, 32, 40 ...

Operațiile se vor scrie astfel:

$$\frac{1}{3} \text{ din } 18 \text{ kg reprezintă } 18 \text{ kg} : 3 = 6 \text{ kg.}$$

$$\frac{1}{2} \text{ din } 22 \text{ l reprezintă } 22 \text{ l} : 2 = 11 \text{ l.}$$

$$\frac{1}{4} \text{ din } 8 \text{ reprezintă } 8 : 4 = 2.$$

Utilizând mai multe exemple asemănătoare și făcând analiza lor, se va stabili atât operația, cât și procedul de aflare a unei singure unități fracționare dintr-o mărime sau număr și anume se ajunge la concluzia că aflarea unei unități fracționare dintr-un întreg este reductibilă la împărțirea acestuia în atâtea părți egale cât arată numitorul.

II) Pentru a doua categorie de exerciții sunt necesare două operații:

– împărțirea pentru aflarea unei singure unități fracționare de felul celei pe care o arată numitorul;

– înmulțirea pentru aflarea numărului de unități fracționare pe care îl arată numărătorul.

Exemplu:

Într-o clasă sunt 36 de elevi. Fetele reprezintă $\frac{8}{9}$ din totalul elevilor. Câte fete sunt în acea clasă?

La început operațiile de împărțire și înmulțire se scriu separat, pentru ca elevii să-și formeze în mod conștient deprinderile și priceperile necesare calcului. Se pornește de la regula că pentru a afla o fracție dintr-o mărime sau cantitate se află mai întâi, prin împărțire, o singură parte (o unitate fracționară) apoi, prin înmulțire, mai multe părți (mai multe unități fracționare). Astfel, se află o noime din 36:

$$\frac{1}{9} \text{ din } 36 \text{ (elevi) reprezintă } 36 : 9 = 4 \text{ (elevi).}$$

Se constată că opt astfel de noimi, înseamnă de opt ori mai mult decât una singură, deci înmulțire cu 8:

$$\frac{8}{9} \text{ din } 36 \text{ (elevi) reprezintă } 4 \cdot 8 = 32 \text{ (fete).}$$

După rezolvarea mai multor cazuri particulare se generalizează procedeul de rezolvare, obținându-se **regula**: pentru a afla cât reprezintă o fracție dintr-un număr natural se împarte numărul la numitorul fracției și se înmulțește rezultatul cu numărătorul acesteia.

În funcție de particularitățile clasei, și această ultimă etapă poate fi parcursă trecând prin fiecare dintre fazele: concretă, semiconcretă și abstractă sau numai prin ultimele două sau numai prin ultima.

Test de autoevaluare

1. Precizați etapele învățării noțiunii de unitate fracționară, la clasa a IV-a.
2. Enumerați modalități de obținere a unei fracții, la clasa a IV-a.
3. Scrieți un demers didactic vizând compararea unei fracții cu întregul.
4. Scrieți un demers didactic vizând compararea a două sau mai multe fracții cu același numărător.
5. Prezentați metodologia aflării unei fracții dintr-un întreg.
6. Argumentați prin intermediul compunerii și rezolvării de probleme, necesitatea introducerii fracțiilor.

Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

1. Revedi 7.1. (Introducerea noțiunii de fracție).
2. Revedi 7.1.(Introducerea noțiunii de fracție-fracții egale).
3. Revedi 7.2.(Compararea fracțiilor-compararea unei fracții cu întregul), extrage esențialul și reformulează.
4. Revedi 7.2. (Compararea fracțiilor-compararea a două sau mai multe fracții), selectează și reformulează.
- 5.Revedi 7.4.(Aflarea unei fracții dintr-un întreg), extrage esențialul și reformulează.

Rezumat

Această unitate de învățare are ca scop dobândirea unor cunoștințe asupra fracțiilor și a capacităților de predare-învățare a acestora la clasele I-IV. După introducerea noțiunilor de unitate fracționară și fracție, sunt prezentate aspecte metodice privind: predarea-învățarea fracțiilor, compararea fracțiilor, operații cu fracții care au același numitor și aflarea unei fracții dintr-un întreg.

Bibliografie

Atanasiu, Gh., Purcaru, M.A.P.: *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*, Editura Universității „Transilvania” din Brașov, 2002.

Neacșu, I., (coordonator): *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1988.

Roșu, M.: *Metodica predării matematicii pentru colegiile universitare de institutori*, Universitatea din București, Editura CREDIS, 2004.

Roșu, M.: *Didactica matematicii în învățământul primar*, MEC, Unitatea de Management a Proiectului pentru Învățământul Rural, 2007.

****Manualele școlare (în vigoare) de matematică pentru clasele I-IV*.

***Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului, Consiliul Național pentru Curriculum. Programe școlare pentru învățământul primar, revizuite. București,2003(I,II),2004(III), 2005(IV).

Unitatea de învățare nr. 8

METODOLOGIA REZOLVĂRII ȘI COMPUNERII DE PROBLEME

Cuprins

Obiectivele unității de învățare.....	69
§8.1. Noțiunea de problemă matematică.....	69
§8.2. Valențele formative ale activităților rezolutive.....	70
§8.3. Etapele rezolvării problemelor de matematică.....	71
§8.4. Metode pentru rezolvarea problemelor de aritmetică.....	73
§8.5. Rezolvarea principalelor categorii de probleme aritmetice.....	75
8.5.1. Rezolvarea problemelor simple.....	75
8.5.2. Rezolvarea problemelor compuse.....	77
8.5.3. Metode speciale de rezolvare a problemelor de matematică.....	77
8.5.3.1. Metoda figurativă sau grafică.....	77
8.5.3.2. Metoda comparației.....	78
8.5.3.3. Metoda falsei ipoteze.....	78
8.5.3.4. Metoda mersului invers.....	78
8.5.3.5. Regula de trei simplă.....	79
8.5.3.6. Regula de trei compusă.....	79
8.5.3.7. Probleme de mișcare.....	81
8.5.3.8. Probleme nonstandard.....	81
§8.6. Rezolvarea problemelor prin mai multe căi, verificarea soluției aflate și scrierea formulei numerice.....	81
§8.7. Activitatea de compunere a problemelor de către elevi.....	82
Test de autoevaluare.....	85
Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	85
Lucrare de verificare.....	85
Rezumat.....	86
Bibliografie.....	86

Obiectivele unității de învățare

- În urma parcurgerii acestei unități de învățare, studenții vor fi capabili:
- să aplice metodologia rezolvării problemelor de matematică la clasele I-IV;
 - să conștientizeze valențele formative ale activităților de rezolvare și compunere de probleme, cu exemplificări;
 - să aleagă din multitudinea căilor de rezolvare a unei probleme pe cea mai rapidă și elegantă;
 - să stabilească raportul dintre îndrumările date elevilor de către institutor și activitățile creatoare ale acestora;
 - să privească activitatea de compunere a problemelor ca importantă modalitate de cultivare și educare a creativității gândirii preșcolarului și a școlarului mic.

§8.1. Noțiunea de problemă matematică

Cuvântul **problemă** își are originea în limba latină (**problema**) și a intrat în vocabularul românesc prin limba franceză (**problème**).

Termenul de problemă nu este suficient delimitat și precizat, având un conținut larg și cuprinzând o gamă largă de preocupări și acțiuni din domenii diferite. Etimologic, în germană **pro-ballein** înseamnă **înaintea unei bariere, obstacol care stă în cale**, ceea ce ar mai putea fi interpretat ca o dificultate teoretică sau practică a cărei rezolvare nu se poate face prin aplicarea

directă a unor cunoștințe și metode cunoscute, ci este nevoie de investigare, tatonare, căutare. Etimologia greacă a cuvântului **problemă** arată că ea reprezintă o **provocare** la căutare, la descoperirea soluției.

Revenind la spațiul didactic, se consideră drept **problemă** orice dificultate teoretică sau practică, în care elevul pentru a-i găsi soluția, trebuie să depună o activitate proprie de cercetare, în care să se conducă după anumite reguli și în urma căreia să dobândească noi cunoștințe și experiență.

După Dicționarul Explicativ al Limbii Române, (DEX), cuvântul **problemă** are următoarele definiții:

Problemă: “Chestiune care intră în sfera preocupărilor, a cercetărilor cuiva, obiect principal al preocupărilor cuiva; temă, materie”;

Problemă: “Chestiune importantă care constituie o sarcină, o preocupare (majoră) și cere o soluționare (imediată)”;

Problemă: “Dificultate care trebuie rezolvată pentru a obține un anumit rezultat; greutate, impas”;

Problemă: “Lucru greu de înțeles, greu de rezolvat sau de explicat; mister, enigmă”;

și în sfârșit:

Problemă de matematică: “Chestiune în care, fiind date anumite ipoteze, se cere rezolvarea, prin calcule sau prin raționamente, asupra unor date.”

Între probleme și exerciții se poate face distincție, în general, în funcție de prezența sau absența textului prin care se dau datele și legăturile între ele.

Exercițiul conține datele, numerele cu care se operează și semnele operațiilor respective, elevul având sarcina de a efectua calculele după tehnici și metode cunoscute.

Problema conduce, pentru rezolvarea ei, la o activitate de descoperire. Textul problemei indică datele, relațiile dintre date și necunoscută și întrebarea problemei, care se referă la valoarea necunoscutei.

Matematic vorbind, distincția între exercițiu și problemă nu trebuie făcută după forma exterioară a acestora, ci după natura rezolvării.

Trebuie însă făcută observația că un enunț poate fi o problemă pentru un copil din clasa I, un exercițiu pentru cel din clasa a V-a și ceva perfect cunoscut pentru un matematician.

Pe măsură ce elevul își însușește modalități de rezolvare mai generale, pe măsură ce crește experiența lui în rezolvarea problemelor, treptat, enunțuri care constituiau pentru el probleme, devin simple exerciții.

§8.2. Valențele formative ale activităților rezolutive

Este unanim recunoscut faptul că rezolvarea problemelor de matematică este una din cele mai sigure căi ce duce la dezvoltarea gândirii, imaginației, atenției și spiritului de observație al elevilor. Această activitate pune la încercare în cel mai înalt grad capacitățile intelectuale ale elevilor, le solicită acestora toate disponibilitățile psihice, în special inteligența, motiv pentru care, programa de matematică din ciclul primar acordă rezolvării problemelor o importanță deosebită. Acesta este evidențiat de faptul că unul dintre cele patru obiective cadru ale programei este centrat pe acest tip de activitate. Nu este vorba de a parcurge cât mai multe tipuri de probleme sau metode de rezolvare, ci despre a-i crea elevului situații noi de învățare, la care să răspundă cât mai adecvat, în urma unui demers de explorare și investigație.

Dar nu numai procesele de cunoaștere sunt mobilizate în rezolvarea unei probleme, ci întreaga personalitate a celui ce rezolvă problema, în toate coordonatele ei raționale, afective, volitive.

Problemele de matematică fiind strâns legate, adesea, prin însuși enunțul lor, de viață, de realitate, de practică, generează la elevi un simț al realității de tip matematic, formându-le deprinderea de a rezolva problemele practice pe care viața le scoate în calea lor.

Efortul pe care îl face elevul în rezolvarea conștientă a unei probleme presupune o mare mobilizare a proceselor psihice de cunoaștere, volitive, motivațional-afective.

Gândirea prin operațiile logice de analiză, sinteză, comparație, abstractizare și generalizare este cel mai solicitat și antrenat proces cognitiv.

Prin rezolvarea de probleme, elevii își formează priceperi și deprinderi de a analiza situația dată de problemă, de a intui și descoperi calea prin care se obține ceea ce se cere în problemă. Rezolvarea problemelor contribuie astfel la cultivarea și dezvoltarea capacităților creatoare ale gândirii, la sporirea flexibilității ei, a capacităților anticipativ-imaginative, la educarea perspicacității și spiritului de inițiativă, la dezvoltarea încrederii în forțele proprii.

Activitatea de rezolvare a problemelor de matematică contribuie la clasificarea, aprofundarea și fixarea cunoștințelor teoretice învățate. De asemenea, predarea multora dintre problemele teoretice se face prin rezolvarea uneia sau mai multor probleme, subliniindu-se proprietatea, definiția sau regula ce urmează a fi explicate.

Prin activitatea rezolutivă la matematică elevii își formează deprinderi eficiente de muncă intelectuală, care vor influența pozitiv și studiul altor discipline de învățământ, își educă și cultivă calitățile.

De asemenea, activitățile matematice de rezolvare și compunere a problemelor contribuie la îmbogățirea orizontului de cultură generală al elevilor prin folosirea în textul problemelor a unor cunoștințe pe care nu le studiază la alte discipline de învățământ. Este cazul informațiilor legate de: distanță, viteză, timp, preț de cost, cantitate, dimensiune, masă, arie, durata unui fenomen, etc.

Rezolvând sistematic probleme de orice tip, elevii își formează seturi de priceperi, deprinderi și atitudini pozitive, care le conferă posibilitatea de a rezolva și a compune ei înșiși, în mod independent, probleme.

Problemele de matematică prin conținutul lor, prin tehnicile de abordare în scopul găsirii soluției, contribuie la cultivarea și educarea unor noi atitudini față de muncă, la formarea disciplinei conștiente, la dezvoltarea spiritului de competiție cu sine însuși și cu alții, la dezvoltarea prieteniei.

Nu se pot omite nici efectele benefice ale activității de rezolvare a problemelor de matematică pe planul valorilor autoeducative.

Prin enumerarea valențelor formative în personalitatea elevilor, pe care le generează activitatea de rezolvare și compunere a problemelor de matematică, se justifică de ce programele școlare acordă o atât de mare importanță acestei activități școlare și de ce și institutorul trebuie să-i acorde importanța cuvenită.

§8.3. Etapele rezolvării problemelor de matematică

În activitatea de rezolvare a unei probleme de matematică se parcurg mai multe etape. În fiecare etapă are loc un proces de reorganizare a datelor și de reformulare a problemei.

Aceste **etape** sunt:

1. Cunoașterea enunțului problemei
2. Înțelegerea enunțului problemei.
3. Analiza problemei și întocmirea planului logic, cu efectuarea operațiilor corespunzătoare succesiunii judecăților din planul logic.
4. Organizarea și redactarea întregii rezolvări a problemei.
5. Activități suplimentare:

- verificarea rezultatului;
- scrierea rezolvării sub formă de exercițiu;
- găsirea altei căi sau metode de rezolvare;
- generalizare;
- compunere de probleme după o schemă asemănătoare.

1. Cunoașterea enunțului problemei

În această etapă de început în rezolvarea oricărei probleme, rezolvitorul trebuie să ia cunoștință cu datele problemei, cu legăturile existente între ele și bineînțeles cu necunoscuta problemei. După citirea textului problemei de către institutor sau de către elevi, se va repeta problema de mai multe ori, până la învățarea ei de către toți elevii, scoțându-se în evidență anumite date și legăturile dintre ele, precum și întrebarea problemei. Se vor scrie pe tablă și pe caiete datele problemei.

2. Înțelegerea enunțului problemei

Enunțul problemei conține un minim necesar de informații. Pentru ca elevul să poată formula niște ipoteze și să construiască raționamentul rezolvării problemei, este necesar să cunoască și să înțeleagă problema. Datele și condiția problemei reprezintă termenii de orientare a ideilor, a analizei și sintezei, precum și a generalizărilor ce au loc treptat, pe măsură ce se înaintează spre soluție. Întrebarea problemei este direcția în care trebuie să se orienteze formularea ipotezelor. Prin citirea textului problemei, prin ilustrarea cu imagini sau chiar cu acțiuni când este cazul, enunțul problemei este înțeles de către elevi.

3. Analiza problemei și întocmirea planului logic

Este etapa în care se elimină aspectele care nu au semnificație matematică și se elaborează reprezentarea matematică a enunțului problemei.

În această etapă se construiește raționamentul prin care se rezolvă problema. Prin exercițiile de analiză a datelor, a semnificației lor, a legăturilor dintre ele și a celor existente între date și necunoscute se ajunge, prin depășirea situațiilor concrete pe care le prezintă problema, la nivelul abstract care vizează relațiile dintre parte și întreg; viteză, distanță și timp; cantitate, preț, valoare; etc.

Prin transpunerea problemei într-un desen, într-o imagine sau într-o schemă, prin scrierea relațiilor dintre ele într-o coloană, se va evidenția esența matematică a problemei, adică reprezentarea matematică a conținutului ei.

În momentul în care elevii au transpus problema în relații matematice, prin efectuarea operațiilor corespunzătoare succesiunii din planul logic de rezolvare, prin conștientizarea semnificației rezultatelor parțiale care se obțin, soluția este descoperită.

4. Organizarea și redactarea întregii rezolvări a problemei

Cunoscând metodele de rezolvare și calcul, se va trece în această etapă la redactarea clară și într-o formă cât mai îngrijită, a întregii rezolvări a problemei.

5. Activități suplimentare după rezolvarea problemei

Această etapă are o mare importanță în formarea abilităților, a priceperilor și deprinderilor de a rezolva probleme, deoarece aici intră verificarea soluției problemei, găsirea și a altor metode de rezolvare, cu alegerea celor mai elegante. Este deci etapa prin care se realizează și autocontrolul asupra felului în care s-a însușit enunțul problemei, asupra raționamentului realizat și a demersului de rezolvare parcurs.

La sfârșitul rezolvării unei probleme, se indică categoria din care face parte problema, se fixează algoritmi ei de rezolvare, se transpune rezolvarea problemei într-un exercițiu sau, după caz, în fragmente de exercițiu. Prin rezolvarea de probleme asemănătoare, prin compunerea de probleme cu aceleași date sau cu date schimbate, dar rezolvabile după același exercițiu, institutorul descoperă cu elevii schema generală de rezolvare a unei categorii de probleme. Este o

cerință care nu duce la schematizarea, la fixitatea sau rigiditatea gândirii, ci dimpotrivă, la cultivarea și educarea creativității, la antrenarea permanentă a gândirii elevilor.

§8.4. Metode pentru rezolvarea problemelor de aritmetică

Metodele aritmetice se clasifică în două categorii: **metode aritmetice fundamentale** sau **generale** și **metode aritmetice speciale** sau **particulare**.

I.) Metode aritmetice generale

Metodele aritmetice generale se aplică într-o măsură mai mare sau mai mică în rezolvarea tuturor problemelor. Utilizarea acestor metode se bazează cu deosebire pe operațiile de analiză și sinteză ale gândirii, motiv pentru care se numesc **metoda analitică** și **metoda sintetică**.

I₁.) Metoda analitică

A examina o problemă prin metoda analitică înseamnă a privi întâi problema în ansamblu, apoi, pornind de la întrebarea ei, a o descompune în problemele simple din care e alcătuită și a orându-i aceste probleme simple într-o succesiune logică astfel încât rezolvarea lor să contribuie în mod convergent la formularea răspunsului pe care îl cere întrebarea problemei date.

Cu alte cuvinte, **metoda analitică** reprezintă calea de abordare a problemei, plecând de la cerințe spre date.

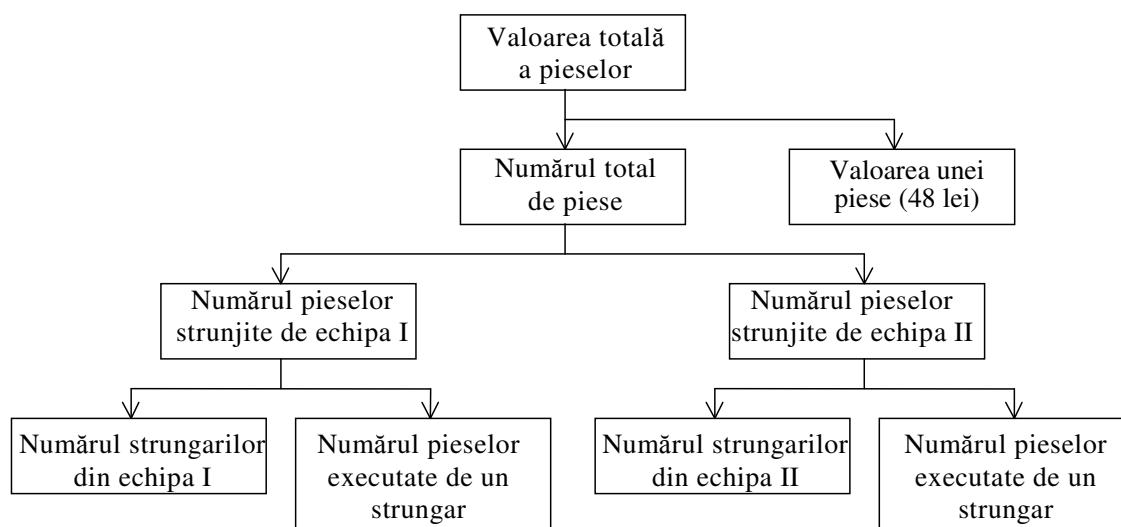
Exemplu:

Într-o întreprindere lucrează două echipe de strungari: prima cu 6 strungari, care strunjesc câte 18 piese pe zi, a doua cu 7 strungari care strunjesc câte 16 piese pe zi. Să se stabilească valoarea pieselor executate într-o zi de cele două echipe, știind că o piesă este evaluată în medie la 48 lei.

Examinarea problemei:

Pentru a afla valoarea totală a pieselor, cunoscând valoarea unitară, ar trebui să se știe numărul total al pieselor strunjite de cele două echipe. În acest scop este necesar să se afle întâi numărul pieselor strunjite de prima echipă, apoi numărul de piese strunjite de a doua echipă. Numărul pieselor strunjite de o echipă se poate afla utilizând datele problemei, și anume înmulțind numărul pieselor strunjite de un strungar cu numărul strungarilor din echipă.

Schematic, examinarea problemei prin metoda analitică se înfățișează astfel:



Detaliile stabilite analitic se sintetizează sub forma unui **plan de rezolvare** care cuprinde enunțarea problemelor simple în care s-a descompus problema dată și indică succesiunea acestor probleme în procesul de efectuare a calculelor:

1) Care este numărul pieselor strunjite de echipa I?

$$18 \text{ piese} \cdot 6 = 108 \text{ piese}$$

2) Care este numărul pieselor strunjite de echipa a II-a?

$$16 \text{ piese} \cdot 7 = 112 \text{ piese}$$

3) Care este numărul total de piese strunjite de cele două echipe?

$$108 \text{ piese} + 112 \text{ piese} = 220 \text{ piese}$$

4) Care este valoarea pieselor executate?

$$48 \text{ lei} \cdot 220 = 10\,560 \text{ lei.}$$

I₂.) Metoda sintetică

A examina o problemă prin metoda sintetică înseamnă a orienta gândirea elevilor asupra datelor problemei, a grupa aceste date după relațiile dintre ele, astfel încât să se formuleze cu aceste date toate problemele simple posibile și a așeza aceste probleme simple într-o succesiune logică astfel alcătuite încât să se încheie cu acea problemă simplă a cărei întrebare coincide cu întrebarea problemei date.

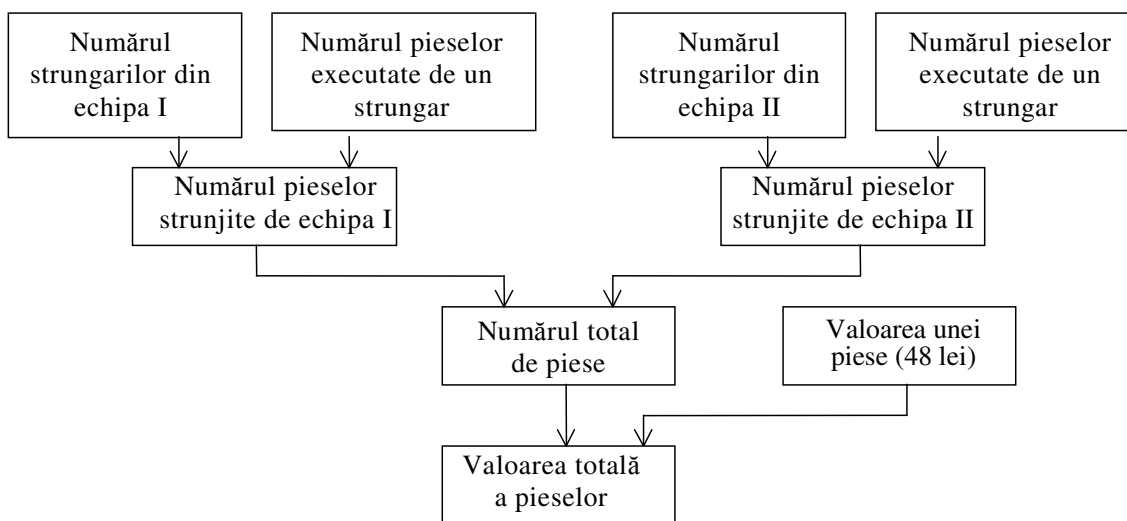
Pe scurt, **metoda sintetică** reprezintă calea de abordare a problemei, plecând de la date spre cerințe.

Exemplu:

Problema enunțată și studiată mai sus se examinează prin metoda sintetică astfel:

- 1) Cunoscând numărul strungarilor din prima echipă și numărul pieselor strunjite de fiecare, se află numărul pieselor executate de întreaga echipă.
- 2) Analog pentru echipa a II-a.
- 3) Dacă se află câte piese au fost strunjite de prima echipă și câte de a doua, atunci se poate afla numărul total de piese strunjite de cele două echipe.
- 4) Cunoscând numărul total de piese și valoarea medie a unei piese, se poate afla valoarea lor totală.

Schema examinării problemei prin metoda sintetică este următoarea:



În legătură cu cele două metode generale de examinare a unei probleme, se menționează faptul că procesul analitic nu apare și nici nu se produce izolat de cel sintetic, întrucât cele două operații ale gândirii se găsesc într-o strânsă conexiune și interdependență, ele condiționându-se

reciproc și realizându-se într-o unitate inseparabilă. De aceea nu poate fi vorba de utilizarea în mod exclusiv a uneia sau alteia din aceste metode, în examinarea unei probleme intervenind ambele metode ca laturi separate ale procesului unitar de gândire, însă în anumite momente sau situații una din ele devine dominantă. Astfel, descompunerea unei probleme compuse în problemele simple din care este alcătuită, constituie în esență un proces de analiză, iar formularea planului de rezolvare, cu stabilirea succesiunii problemelor simple, constituie un proces de sinteză. Din aceste motive, cele două metode apar adeseori sub o denumire unică: **metoda analitico-sintetică**.

În practică s-a demonstrat că metoda sintetică este mai accesibilă, dar nu solicită prea mult gândirea elevilor. Mai mult, se constată că unii elevi pierd din vedere întrebarea problemei și sunt tentați să calculeze valori de mărimi care nu sunt necesare în găsirea soluției problemei. Metoda analitică pare mai dificilă, dar solicită mai mult gândirea elevilor și folosind-o, îi ajută pe copii să privească problema în totalitatea ei, să aibă mereu în atenție întrebarea problemei.

II.) Metode aritmetice speciale

Metodele aritmetice speciale sunt mai variate și diferă de la o categorie de probleme la alta, adoptându-se specificul acestora. Cele mai importante și mai frecvente sunt următoarele: metoda figurativă sau grafică, metoda comparației, metoda falsei ipoteze, metoda mersului invers.

În rezolvarea problemelor nu este întotdeauna eficientă aplicarea unei singure metode, fiind necesară combinarea metodelor, în anumite etape ale rezolvării, predominând una dintre ele. Alteori orientarea se face după felul cum au fost rezolvate problemele înrudite, procedând similar, adică aplicând metoda analogiei.

De asemenea, în afară de metodele menționate mai sus, există și alte metode speciale aplicabile în rezolvarea unor anumite categorii de probleme, cum sunt problemele de: regula de trei simplă sau compusă, în rezolvarea cărora se utilizează reducerea la unitate și metoda proporțiilor, apoi problemele de împărțire în părți proporționale, problemele cu procente, problemele de amestec și aliaj, problemele de mișcare, problemele nonstandard, etc.

§8.5. Rezolvarea principalelor categorii de probleme aritmetice

O primă clasificare a problemelor conduce la două categorii: **probleme simple** (cele rezolvabile printr-o singură operație) și **probleme compuse** (cele rezolvabile prin cel puțin două operații).

8.5.1. Rezolvarea problemelor simple

Specific clasei I este primul tip de probleme, a căror rezolvare conduce la o adunare sau scădere din concentratele numerice învățate.

Rezolvarea acestora reprezintă, în esență, soluționarea unor situații problematice reale, pe care copiii le întâlnesc sau le pot întâlni în viață, în realitatea înconjurătoare. Pe plan psihologic, rezolvarea unei probleme simple reprezintă un proces de analiză și sinteză în cea mai simplă formă. Problema trebuie să cuprindă **date** (valori numerice și relații între ele) și **întrebarea problemei** (ce se cere a fi aflat). La cea mai simplă analiză a întrebării problemei se ajunge la date și la cea mai simplă sinteză a datelor se ajunge la întrebarea problemei. A rezolva în mod conștient o problemă simplă, înseamnă a cunoaște bine punctul de plecare (datele problemei) și punctul la care trebuie să se ajungă (întrebarea problemei), înseamnă a stabili între acestea un drum rațional, o relație corectă, adică a alege operația corespunzătoare, impusă de rezolvarea problemei.

Predarea oricărui nou conținut matematic trebuie să se facă, de regulă, pornind de la o situație-problemă care îl presupune. Și din acest motiv, abordarea problemelor trebuie să înceapă suficient de devreme și să fie suficient de frecventă pentru a sublinia (implicit, dar uneori și explicit) ideea că matematica este impusă de realitatea înconjurătoare, pe care o reflectă și pe care o poate soluționa cantitativ.

În momentul în care elevii cunosc numerele naturale dintr-un anumit centru și operațiile de adunare/scădere cu acestea, introducerea problemelor oferă copiilor posibilitatea aplicării necesare și plauzibile a tehnicilor de calcul, capacitatea de a recunoaște și discrimina situațiile care implică o operație sau alta, precum și exersarea unei activități specific umane: gândirea. Stabilirea operației corespunzătoare constituie un proces de gândire dificil, fiind necesară precizarea cazurilor care determină o anumită operație, acest lucru realizându-se în urma unei analize pe cât mai multe cazuri particulare

Copiii întâmpină dificultăți în rezolvarea problemelor simple, din pricina neînțelegerii relațiilor dintre date (valori numerice), text și întrebare. Valorile numerice sunt greu legate de conținut și de sarcina propusă în problemă și pentru că numerele exercită asupra copiilor o anumită fascinație, care îi face să ignore conținutul problemei.

Un alt grup de dificultăți apare din pricina limbajului matematic, de aceea, una dintre sarcinile importante ale institutorului este aceea de a învăța pe copii să traducă textul unei probleme în limbajul operațiilor aritmetice.

Având în vedere caracterul intuitiv-concret al gândirii micului școlar, primele probleme ce se rezolvă cu clasa vor fi prezentate într-o formă cât mai concretă, prin punere în scenă, prin ilustrarea cu ajutorul materialului didactic și cu alte mijloace intuitive.

Conștientizarea elementelor componente ale problemei, ca și noțiunile de: problemă, rezolvarea problemei, răspunsul la întrebarea problemei le capătă copiii cu ocazia rezolvării problemelor simple, când se prezintă în fața lor probleme vii, probleme-acțiune, fragmente autentice de viață. Școlarii mici trebuie mai întâi să trăiască problema, ca să învețe să o rezolve.

În manualul clasei I, prezentarea problemelor se face gradat, trecând prin etapele:

- probleme după imagini;
- probleme cu imagini și text;
- probleme cu text.

Introducerea problemelor cu text este condiționată și de învățarea de către elevi a citirii/scrierii literelor și cuvintelor componente.

Manualul sugerează și modalitatea de redactare a rezolvării unei probleme, urmând ca, în absența unui text scris, institutorul să-i obișnuiască pe elevi să scrie doar datele și întrebarea problemei. După rezolvarea problemei, menționarea explicită a răspunsului îi determină pe elevi să conștientizeze finalizarea acțiunii, fapt ce va deveni vizibil și în caietele lor, unde acest răspuns va separa problema rezolvată de alte sarcini ulterioare de lucru (exerciții sau probleme).

Deși rezolvările de probleme simple par ușoare, institutorul trebuie să aducă în atenția copiilor toate genurile de probleme care se rezolvă printr-o singură operație aritmetică.

Problemele simple bazate pe **adunare** pot fi:

- de aflare a sumei a doi termeni;
- de aflare a unui număr mai mare cu un număr de unități decât un număr dat;
- probleme de genul **cu atât mai mult**.

Problemele simple bazate pe **scădere** pot fi:

- de aflare a restului;
- de aflare a unui număr care să aibă cu un număr de unități mai puține decât un număr dat;
- de aflare a unui termen atunci când se cunosc suma și celălalt termen al sumei;
- problemele de genul **cu atât mai puțin**.

Problemele simple bazate pe **înmulțire** sunt, în general:

- de repetare de un număr de ori a unui număr dat;
- de aflare a produsului;
- de aflare a unui număr care să fie de un număr de ori mai mare decât un număr dat.

Problemele simple bazate pe **împărțire** pot fi:

- de împărțire a unui număr dat în părți egale;
- de împărțire prin cuprindere a unui număr prin altul;
- de aflare a unui număr care să fie de un număr de ori mai mic decât un număr dat;
- de aflare a unei părți într-un întreg;
- de aflare a raportului dintre două numere.

8.5.2. Rezolvarea problemelor compuse

Rezolvarea acestor probleme nu înseamnă, în esență, rezolvarea succesivă a unor probleme simple. Nu rezolvarea problemelor simple la care se reduce problema compusă constituie dificultatea principală într-o problemă cu mai multe operații, ci legătura dintre verigi, constituirea raționamentului. De aceea, este necesară o perioadă de tranziție de la rezolvarea problemelor simple (cu o operație) la rezolvarea problemelor compuse (cu două sau mai multe operații). Se va porni astfel de la rezolvarea unor probleme alcătuite din succesiunea a două probleme simple.

În cadrul acestei activități elevii realizează mersul raționamentului și învață să elaboreze tactica și strategia rezolvării prin elaborarea planului de rezolvare a problemei.

Examinarea unei probleme compuse se face, de regulă prin metoda analitică sau sintetică. Cele două metode se pot folosi simultan sau poate să predomină una sau alta, caz în care metoda care predomină își impune specificul asupra căilor care duc la găsirea soluției. Atât o metodă, cât și cealaltă constau în descompunerea problemei date în probleme simple care, prin rezolvare succesivă, duc la găsirea soluției finale. Deosebirea dintre ele constă practic, în punctul de plecare al raționamentului.

O dată cu analiza logică a problemei se formulează și planul de rezolvare. Planul trebuie scris de institutor pe tablă și de elevi pe caietul lor, mai ales la rezolvarea primelor probleme, scopul fiind acela al formării deprinderilor de a formula întrebări și pentru alte rezolvări de probleme.

O atenție deosebită trebuie să acorde institutorul problemelor ce admit mai multe procedee de rezolvare. Și aceasta pentru că prin rezolvarea lor se cultivă mobilitatea gândirii, creativitatea, se formează simțul estetic al școlarului. Adesea elevii nu observă de la început existența mai multor căi de rezolvare. Institutului, prin tactul lui pedagogic, prin analiza întreprinsă cu clasa, prin întrebări ajutătoare, trebuie să-i determine pe elevi să se gândească și la alte modalități de rezolvare.

8.5.3. Metode speciale de rezolvare a problemelor de matematică

8.5.3.1. Metoda figurativă sau grafică

Metoda aritmetică, care pentru reprezentarea mărimilor din problemă și a relațiilor dintre ele utilizează elemente grafice sau desene și scheme se numește **metodă figurativă**.

În aplicarea acestei metode se poate face apel la orice categorie de elemente grafice sau combinații ale acestora cu condiția ca ele să fie adecvate naturii datelor problemei și specificului lor. Astfel, se pot întâlni:

- desene care reprezintă acțiunea problemei și părțile ei componente (pentru clasele mici);
- figuri geometrice diferite: segmentul de dreaptă, triunghiul, dreptunghiul, pătratul, cercul;
- figurarea schematică a relațiilor matematice dintre datele problemei;
- diverse semne convenționale, unele obișnuite, altele stabilite de comun acord cu elevii;
- litere și combinații de litere;
- elemente grafice simple: puncte, linii, ovale, cerculețe, etc.

Metoda figurativă ajută la formarea schemei problemei, la concentrarea asupra tuturor condițiilor problemei.

În rezolvarea unei probleme care face apel la această metodă, sprijinul se face pe raționament, folosind înțelesul concret al operațiilor.

Metoda figurativă este situată pe primul loc în ceea ce privește utilitatea ei, datorită **avantajelor** pe care le prezintă. Astfel:

-are caracter general, utilizându-se la orice categorii de probleme în care se pretează figurarea și pe diferite trepte ale școlarizării;

-are caracter intuitiv, înțelegerea relațiilor dintre datele problemei făcându-se pe baza imaginilor vizuale, uneori intervenind acțiunea directă, mișcarea și transpunerea acesteia pe plan mintal;

-prin dimensiunile elementelor figurative și prin proporțiile dintre ele se creează variate modalități de stabilire a relațiilor cantitative dintre diferitele valori ale mărimilor, se sugerează aceste relații, se pun în evidență.

8.5.3.2. Metoda comparației

Metoda comparației constă în a face ca una dintre cele două mărimi să aibă aceeași valoare și în acest mod problema se simplifică, devenind cu o singură necunoscută. Într-o astfel de problemă, așezarea datelor se face prin respectarea relațiilor stabilite între mărimi și astfel încât comparația dintre valorile aceleiași mărimi să fie pusă în evidență în mod direct, așezând valorile de același fel unele sub altele.

Procedeu aritmetic de rezolvare a unor astfel de probleme duce la eliminarea uneia dintre mărimi prin reducere, adică prin adunare sau scădere. Dacă valorile aceleiași mărimi sunt egale prin enunțul problemei, reducerea este imediată prin scăderea relațiilor respective. Dacă din enunțul problemei nu rezultă valori egale, atunci apare necesitatea aducerii la același termen de comparație.

8.5.3.3. Metoda falsei ipoteze

Problemele din această categorie sunt foarte numeroase. Prin această metodă poate fi rezolvată orice problemă ale cărei date sunt mărimi proporționale.

Metoda falsei ipoteze este metoda aritmetică prin care rezolvarea unei probleme are loc pe baza unei presupuneri, a unei ipoteze, confruntând apoi situația reală cu cea creată prin introducerea datelor ipotetice. Numele metodei se justifică prin faptul că ipoteza care se face nu corespunde decât întâmplător cu rezultatul problemei. Ea se utilizează în toate cazurile în care, prin ipotezele care se fac, se poate ajunge la stabilirea relațiilor dintre datele problemei și deci la rezolvarea ei.

De regulă, se pleacă de la întrebarea problemei, în sensul că asupra mărimii care se caută se face o presupunere complet arbitrară. Se reface apoi problema pe baza presupunerii făcute. Deoarece mărimile sunt proporționale, rezultatele obținute pe baza presupunerii se translatează în plus sau în minus, după cum presupunerea făcută este mai mică, respectiv mai mare decât rezultatul real. Refăcând, așadar, problema, se ajunge la un rezultat care nu concordă cu cel real din problemă. El este fie mai mare, fie mai mic decât acesta. În acest moment se compară rezultatul pe baza presupunerii, cu cel real din punct de vedere al câtului și se observă de câte ori s-a greșit când s-a făcut presupunerea. Se obține, așadar, un număr cu ajutorul căruia se corectează presupunerea făcută, în sensul că se micșorează sau se mărește de acest număr de ori.

Metoda are și unele variante de aplicare, dar, în principiu, ea rămâne cea descrisă mai sus.

Problemele care se rezolvă prin această metodă se pot clasifica în două categorii, în funcție de numărul ipotezelor care sunt necesare, pentru orientarea raționamentului și determinarea rezultatelor:

- 1) **Probleme de categoria I** pentru rezolvarea cărora este suficientă o singură ipoteză;
- 2) **Probleme de categoria a II-a**, pentru rezolvarea cărora sunt necesare două sau mai multe ipoteze succesive.

8.5.3.4. Metoda mersului invers

Prin **metoda mersului invers** se rezolvă aritmetic anumite probleme în care elementul

necunoscut apare în faza de început a șirului de calcule care se impun. Această **metodă** de rezolvare a problemelor de aritmetică se numește a **mersului invers**, deoarece operațiile se reconstituie în sens invers acțiunii problemei, adică de la sfârșit spre început, fiecărei operații corespunzându-i inversa ei. Metoda mersului invers se aplică atât în rezolvarea exercițiilor numerice care conțin necunoscuta, cât și în rezolvarea problemelor care se încadrează în tipul respectiv, adică în care datele depind unele de altele succesiv, iar enunțul respectivei probleme trebuie urmărit de la sfârșit spre început și în fiecare etapă se face operația inversă celei apărute în problemă. Deci, nu numai mersul este invers, ci și operațiile care se fac pentru rezolvare sunt inverse celor din problemă.

Proba se face aplicând asupra numărului găsit operațiile indicate în enunțul problemei.

8.5.3.5. Regula de trei simplă

Regula de trei simplă reprezintă o schemă de așezare a datelor și de utilizare a acestor date în orientarea și desfășurarea procesului de gândire care intervine în examinarea și rezolvarea unor probleme cu mărimi proporționale.

În problemele care se rezolvă prin regula de trei simplă intervin două mărimi direct sau invers proporționale, fiecare mărime cu câte o pereche de valori, una din aceste valori fiind necunoscută. Prin urmare, în această categorie de probleme se dau trei valori cu ajutorul cărora se găsește cea de-a patra valoare, fapt care justifică numele pe care îl poartă: **regula de trei**.

Se consideră mărimile X, Y, cu perechile de valori x_1, x_2 , respectiv y_1, y_2 , corespunzătoare, în așa fel încât:

valorii $x_1 \in X$ îi corespunde valoarea $y_1 \in Y$

valorii $x_2 \in X$ îi corespunde valoarea $y_2 \in Y$

una din cele 4 valori fiind necunoscută.

Dacă mărimile X, Y sunt direct proporționale, se poate scrie:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} \text{ sau } \frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2},$$

proporții în care termenul necunoscut reprezintă cel de-al patrulea proporțional și se poate afla ca atare.

Dacă mărimile X, Y sunt invers proporționale, se poate scrie:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1} \text{ sau } \frac{x_1}{y_2} = \frac{x_2}{y_1} \text{ sau } x_1 y_1 = x_2 y_2.$$

Din cele de mai sus rezultă că pentru rezolvarea problemelor prin regula de trei simplă este suficient să se așeze datele conform acestei reguli, iar în rezolvare și calcul să se utilizeze **metoda proporțiilor** (aflarea celui de-al patrulea proporțional).

Dar metoda care se utilizează cu deosebire în rezolvarea problemelor prin regula de trei simplă este **metoda reducerii la unitate**.

8.5.3.6. Regula de trei compusă

Problemele care se rezolvă prin **regula de trei compusă** exprimă dependența direct sau invers proporțională a unei mărimi față de alte două sau mai multe mărimi. Ele au în general caracter practic aplicativ întrucât ilustrează prin elemente matematice o serie de situații reale, întâlnite în viața de toate zilele sau în diferitele aspecte ale procesului de producție.

Rezolvarea unei probleme prin **regula de trei compusă** presupune aplicarea succesivă a regulii de trei simple, asociind mărimii care conține necunoscuta pe rând câte una din celelalte mărimi și exprimând valoarea necunoscută în funcție de acestea.

În cazul când în problemă intervin trei mărimi, schema așezării datelor este următoarea:

$$\begin{array}{l}
 \text{- mărimile:} \quad \underline{X \quad Y \quad Z} \\
 \text{- valorile:} \quad x_1 \dots y_1 \dots z_1 \\
 \quad \quad \quad \underline{x_2 \dots y_2 \dots z_2}
 \end{array}$$

Dacă mărimea Z , care conține necunoscuta z_2 , este direct proporțională cu mărimile X , Y , atunci în prima problemă cu regula de trei simplă care se formulează, întâi se consideră mărimea Y constantă, având valoarea y_1 , astfel că Z va depinde numai de X , judecata făcându-se după cum urmează:

$$\begin{array}{l}
 x_1 \dots y_1 \dots z_1 \\
 1 \dots y_1 \dots \frac{z_1}{x_1} \\
 x_2 \dots y_1 \dots \frac{z_1}{x_1} \cdot x_2 = z_1 \cdot \frac{x_2}{x_1} .
 \end{array}$$

Notând cu z' valoarea $z_1 \cdot \frac{x_2}{x_1}$ a mărimii Z , corespunzătoare valorii x_2 a mărimii X , când valoarea y_1 a mărimii Y rămâne neschimbată, se obține:

$$z' = z_1 \cdot \frac{x_2}{x_1} .$$

Se formulează a doua problemă cu regula de trei simplă, considerând mărimea X constantă, valoarea corespunzătoare pentru x_2 fiind z' . În această situație Z depinde numai de Y și se obține:

$$\begin{array}{l}
 x_2 \dots y_1 \dots z' \\
 x_2 \dots 1 \dots \frac{z'}{y_1} \\
 x_2 \dots y_2 \dots \frac{z'}{y_1} \cdot y_2 = z' \cdot \frac{y_2}{y_1} , \text{ unde } z' = z_1 \cdot \frac{x_2}{x_1}
 \end{array}$$

deci:

$$z_2 = z_1 \cdot \frac{x_2 \cdot y_2}{x_1 \cdot y_1} \text{ sau } \frac{z_2}{z_1} = \frac{x_2}{x_1} \cdot \frac{y_2}{y_1} .$$

În general, considerând mai multe mărimi direct proporționale:

$$\begin{array}{l}
 \underline{X \quad Y \quad Z \quad \dots \quad Q \quad P} \\
 x_1 \dots y_1 \dots z_1 \dots q_1 \dots p_1 \\
 \text{cu valorile lor: } x_2 \dots y_2 \dots z_2 \dots q_2 \dots p_2
 \end{array}$$

unde p_2 reprezintă valoarea necunoscută a mărimii P , dependența acestei mărimi față de celelalte se exprimă astfel:

$$p_2 = p_1 \cdot \frac{x_2 \cdot y_2 \cdot z_2 \cdot \dots \cdot q_2}{x_1 \cdot y_1 \cdot z_1 \cdot \dots \cdot q_1}$$

sau

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{x_2}{x_1} \cdot \frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{z_2}{z_1} \cdot \dots \cdot \frac{q_2}{q_1}.$$

Dacă mărimea Z este **direct proporțională** cu X și **invers proporțională** cu Y , se obține relația:

$$z_2 = z_1 \cdot \frac{x_2 \cdot y_1}{x_1 \cdot y_2} \quad \text{sau} \quad \frac{z_2}{z_1} = \frac{x_2}{x_1} \cdot \frac{y_1}{y_2},$$

iar dacă mărimea Z este **invers proporțională** atât cu X , cât și cu Y , se obține relația:

$$z_2 = z_1 \cdot \frac{x_1 \cdot y_1}{x_2 \cdot y_2} \quad \text{sau} \quad \frac{z_2}{z_1} = \frac{x_1}{x_2} \cdot \frac{y_1}{y_2}.$$

8.5.3.7. Probleme de mișcare

Problemele de mișcare sunt acele probleme de matematică în care se află una dintre mărimile: spațiul (distanța), viteza sau timpul, când se cunosc două dintre ele sau diferite relații între acestea.

Spațiul (s) este lungimea drumului parcurs de un mobil (tren, autoturism, om, etc.) exprimat în unități de lungime (metri, multipli sau submultipli ai acestuia).

Timpul (t) este numărul de unități de timp (secunde, minute, ore, zile) în care se parcurge un spațiu.

Viteza (v) este numărul de unități de lungime parcurse de un mobil într-o unitate de timp, exprimată prin unități de lungime pe unități de timp (exemplu: m/s, km/h).

În problemele de mișcare se va vorbi, în general, despre **mișcarea uniformă a unui mobil**. În acest caz se folosesc formulele:

$$s = v \times t, \quad v = \frac{s}{t}, \quad t = \frac{s}{v}.$$

În scopul rezolvării problemelor de mișcare se pot folosi metodele aritmetice: figurativă, a comparației, a falsei ipoteze, a mersului invers, cât și cele algebrice, de cele mai multe ori aceste metode fiind întrepătrunse.

Problemele de mișcare se pot clasifica în mai multe grupe:

- 1) Probleme ce conduc direct la probleme simple de aflare a spațiului, vitezei sau timpului;
- 2) Probleme de întâlnire, când deplasarea mobilelor se face în sensuri opuse;
- 3) Probleme de urmărire, când deplasarea mobilelor se face în același sens.

8.5.3.8. Probleme nonstandard

O categorie aparte de probleme (recreative, rebusistice, de perspicacitate), care nu se supune exigențelor vreunui criteriu de clasificare discutat până acum și care nu permite aplicarea unei metode (învățate) este cunoscută sub numele de **probleme nonstandard**.

Această categorie include probleme în fața cărora, după citirea enunțului, rezolvitorul, chiar și cel cu experiență, nu reușește să le introducă în canoanele vreunei metode de rezolvare bine știute. În această situație, gândirea și imaginația sunt în plină activitate, elevul devenind, în situația în care reușește rezolvarea, un creator.

Conduita este creativă deoarece nici o problemă nu seamănă cu alta, de fiecare dată rezolvitorul fiind obligat să găsească o anume cale de rezolvare proprie fiecărei probleme.

§8.6. Rezolvarea problemelor prin mai multe căi, verificarea soluției aflate și scrierea formulei numerice

În munca cu elevii, **rezolvarea problemelor prin mai multe căi** constituie o modalitate de

dezvoltare a gândirii logice, creatoare. Această activitate impulsionează elevii la căutarea unor soluții originale. Important este ca ei să înțeleagă în mod conștient toate modalitățile de rezolvare, să le explice și apoi să le reproducă.

Verificarea (proba) soluției aflate pentru o problemă dată este foarte importantă pentru realizarea scopului formativ, pentru dezvoltarea creativității gândirii elevilor.

În general, **proba** se face **pe două căi principale**:

- 1) înlocuind rezultatele aflate, în conținutul problemei; în acest caz, elevul trebuie să poată încadra rezultatele (numerele) aflate în enunțul problemei și să poată verifica condiționarea lor astfel ca să obțină datele (numerele) inițiale;
- 2) rezolvând problema în două sau mai multe moduri; în acest caz, elevul trebuie să obțină același rezultat prin toate căile de rezolvare, pentru a putea trage concluzia că soluția problemei este bună. Acest procedeu este mai eficient din punct de vedere al antrenării elevului la muncă independentă, creatoare.

Complicarea problemei prin introducerea de noi date, sau prin modificarea întrebării contribuie în mare măsură la dezvoltarea flexibilității și creativității gândirii.

Formula numerică (sau literală) pentru rezolvarea unei probleme constituie un alt mijloc de stimulare a gândirii logice a elevilor, adesea folosit în activitatea de rezolvare a problemelor, este transpunerea rezolvării unei probleme sub forma unui singur exercițiu, folosind datele problemei, sau înlocuindu-le cu litere, indiferent dacă este sau nu încadrată într-o problemă tipică.

O asemenea activitate cu elevii este o muncă de creație, de gândire, de stabilire de legături logice, pentru a putea pune sub forma unui singur exercițiu, ceea ce de fapt se realizează în mai multe etape, prin exerciții distincte.

Dacă se înlocuiesc numerele din exercițiu (datele problemei) prin litere, atunci procesul devine complet prin generalizare.

Elevii trebuie făcuți să înțeleagă, că în formula numerică a problemei se folosesc datele cunoscute ale acesteia, sau operațiile prin care s-au aflat necunoscutele, folosindu-se la nevoie parantezele rotunde, pătrate sau acolade. În alcătuirea exercițiului trebuie să se țină cont de ordinea operațiilor din probleme, de ordinul operațiilor care apar (ordinul I, ordinul II), ca și de proprietățile operațiilor (comutativitate, asociativitate).

Rezolvarea exercițiului trebuie să conducă la rezultatul problemei. În caz contrar, fie s-a greșit rezolvarea problemei, fie că s-a alcătuit sau rezolvat greșit exercițiul.

Câmpul de aplicabilitate al acestei activități creatoare, este deschis aproape la orice lecție unde se rezolvă probleme.

§8.7. Activitatea de compunere a problemelor de către elevi

Compunerea problemelor de către elevi oferă terenul cel mai fertil din domeniul activităților matematice pentru cultivarea și **educarea creativității și a inventivității**.

Activitatea de rezolvare a exercițiilor și problemelor se întrepătrunde și se completează reciproc cu activitatea de compunere a problemelor.

Rezolvarea unei probleme învățate oferă mai puțin teren pentru creativitate decât rezolvarea unor probleme noi, care, la rândul ei, este depășită de activitatea de compunere a unor noi probleme.

Creativitatea gândirii, mișcarea ei liberă, nu se poate obține decât pe baza unor deprinderi corect formate. În activitatea de rezolvare a problemelor, deprinderile și abilitățile se referă în special la analiza datelor, la capacitatea de a înțelege întrebarea problemei și a orienta întreaga desfășurare a raționamentului în direcția găsirii soluției problemei.

Prin compuneri de probleme, elevii sesizează legătura care există între exerciții și probleme, deoarece în procesul formulării unei probleme, elevii au în minte și planul de rezolvare.

Activitatea de compunere a problemelor prin muncă independentă, în clasă și acasă, reprezintă un mijloc eficient de dezvoltare a spiritului de independență și creativitate și începe imediat ce elevii au înțeles conceputul de problemă. Este o activitate complexă, elevul fiind obligat să respecte cerința propusă și în raport cu aceasta să elaboreze textul al cărui raționament să conducă la rezolvarea primită.

Criteriile care determină complexitatea acestui gen de activitate sunt aceleași ca la activitatea rezolutivă: stăpânirea tehnicilor de calcul, deprinderea de a realiza raționamente logice, vocabular bogat, capacitatea de a selecta din multitudinea de cunoștințe dobândite, pe acelea care conduc la elaborarea textelor cu conținut realist. Se pot compune și crea probleme în numeroase forme, într-o succesiune gradată:

1. Compunerea de probleme după obiecte concrete, tablouri și imagini

Primele probleme create de elevii sunt asemănătoare cu cele ale institutorului rezolvate de ei în clasă, prin folosirea de obiecte.

Se trece apoi la fraza semiconcretă, când se folosesc reprezentările obiectelor și, în locul ghiozdanelor, creioanelor, etc., se folosesc jetoane cu acestea.

După ce elevii s-au obișnuit să creeze probleme pe bază intuitivă, li se cere să le alcătuiască pe baza datelor scrise pe tablă.

Se urmărește ca elevii să înțeleagă interdependența dintre enunț și întrebare.

2. Compunerea unei probleme după modelul unei probleme rezolvate anterior

3. Completarea întrebării unei probleme

De la primele semne scrise se insistă asupra separării întrebării de conținut. În vederea formării și dezvoltării deprinderii de a înțelege cele două părți ale problemei: enunțul și întrebarea, s-au compus probleme din enunțul dat, fie când acestuia îi lipsea întrebarea, fie având întrebarea și lipsind conținutul. La același enunț pot fi puse două sau mai multe întrebări.

Separarea întrebării de enunț și reținerea ei cu claritate este o secvență foarte importantă în rezolvarea problemelor.

Elevul trebuie orientat spre finalitatea firească: aflarea răspunsului la întrebare. Formularea întrebării este un pas înainte și presupune din partea elevilor o vedere analitică asupra întregii probleme.

Se poate da apoi o problemă la care întrebarea este greșită. După ce se rezolvă problema, se cere să se schimbe enunțul problemei astfel încât să fie bună întrebarea.

4. Compunerea problemelor după scheme sau după desene

Compunerea problemelor după scheme simple și apoi mai complicate oferă posibilitatea elevilor de a-și forma deprinderi solide de formulare a problemelor.

5. Probleme de completare a datelor când se cunoaște întrebarea

Nu toți elevii vor reuși să completeze corect datele problemei. Cei mai mulți își aleg numere formate din zeci și unități, dar întâmpină greutăți în rezolvare având calcule cu trecere peste ordin. Vor fi probabil și elevii care aleg la întâmplare datele problemei, fără să gândească ce operații au de făcut cu ele.

6. Compunerea problemelor cu indicarea operațiilor matematice ce trebuie efectuate

Se pornește de la compuneri de probleme după exerciții simple, formulate de elevii sub îndrumarea institutorului și apoi independent.

Dacă elevii știu să alcătuiască corect și cu ușurință probleme după o singură operație, li se poate cere apoi să compună probleme indiferent de numărul de operații.

Un accent deosebit trebuie pus pe formularea unor probleme compuse, care ridică probleme deosebite.

După ce elevii stăpânesc bine compunerea problemelor după formule numerice, se va trece la compunerea lor după formule literale. Formulele literale dau posibilitatea elevului să-și aleagă singur numerele și domeniul.

7. Compunerea de probleme după un plan stabilit

În momentul în care elevii știu să rezolve corect și conștient problemele compuse pe bază de plan, se poate da elevilor un plan de rezolvare, după care să alcătuiască o problemă. Înainte de a formula problema, se analizează despre ce se vorbește în problemă, ce conțin întrebările, ce date numerice se folosesc.

8. Compunerea problemelor cu început dat

9. Compunerea de probleme cu mărimi date, cu valori numerice date

10. Probleme cu date incomplete

Unii elevi vor sesiza imediat lipsa unei date, alții însă își vor da seama de acest lucru numai când se vor apuca de lucru.

11. Probleme cu date suplimentare

Aceste probleme solicită gândirea elevilor, dezvoltă atenția și-i depistează pe cei care lucrează mecanic, fără să analizeze suficient datele problemei.

12. Compunerea de probleme cu corectarea conținutului și modificarea datelor

Elevii vor fi solicitați să confrunte datele problemei și vor observa greșelile sau incorectitudinea întrebării. Ei pot corecta enunțul problemei în mai multe variante.

13. Probleme cu mai multe soluții și probleme fără soluție

Viața, realitatea, demonstrează că nu toate situațiile - problemă care se întâlnesc au o soluționare unică sau sunt unic determinate. Majoritatea admit mai multe soluții (conducând la altă problemă: aceea a alegerii variantei optime de rezolvare, în funcție de condițiile date), iar altele nu admit soluții.

Cum matematica trebuie să modeleze realitatea, este necesar a introduce și pentru elev astfel de probleme, cu soluții multiple sau fără soluție. Se oferă astfel multor elevi posibilitatea să-și prezinte propria rezolvare (corectă), se obișnuiesc cu existența unor astfel de probleme, sau a unor probleme de decizie (alegera soluției celei mai convenabile, dintr-un anumit punct de vedere). După rezolvarea unei astfel de probleme, institutorul trebuie să aibă o intervenție centralizatoare, enumerând soluțiile găsite (eventual ordonându-le după un anumit criteriu), sistematizându-le (pentru a oferi certitudinea că nu au fost omise soluții), propunând alegerea celei mai bune soluții (în anumite condiții și dintr-un anumit punct de vedere), contribuind la elucidarea situației.

În elaborarea textului unei probleme este necesar ca institutorul să utilizeze date în concordanță cu realitatea, mijloace și procedee care să ofere elevilor împrejurări de viață corespunzătoare, acțiuni veridice, să stabilească între datele problemei relații matematice corespunzătoare.

În activitatea de compunere a problemelor trebuie să se țină seama de posibilitățile elevilor, prin sarcini gradate, trecându-se treptat de la compunerea liberă la cea îngrădită de cerințe din ce în ce mai restrictive.

Institutorul are sarcina să conducă această activitate prin indicații clare, prin exemple sugestive, prin cerințe raționale, să canalizeze gândirea și atenția elevilor prin asocieri din ce în ce mai puțin întâmplătoare. În același timp trebuie să-i facă pe elevi să aibă încredere în ei, să le stimuleze eforturile intelectuale, să le educe calitățile moral-volitive, să le dezvolte interesul și sensibilitatea, să fie receptivi la situațiile problematice cu conținut matematic.

Posibilitățile intelectuale ale elevilor permit rezolvarea unor probleme de dificultate, în măsura în care ei dispun de o anumită experiență și de competențe necesare activității de rezolvare a

problemelor. Rezolvarea problemelor cu variante constituie un exercițiu de cultivare a flexibilității gândirii, cu condiția de a face din această activitate un antrenament sistematic și permanent.

Este de dorit ca periodic să se facă investigații în rândul elevilor pentru stabilirea nivelului lor de cunoaștere, pentru constatarea gradului de competență în rezolvarea și compunerea problemelor de matematică, pentru depistarea la timp a eventualelor rămânări în urmă la învățatură, pentru a asigura progresul fiecărui elev în parte.

Se recomandă, de asemenea, ca atât compunerea problemelor, cât și rezolvarea acestora să se facă și în situații de joc didactic. Competiția generată de joc va contribui nu numai la activizarea intelectuală a copiilor, cât și la formarea personalității lor. S-ar putea găsi, crea și folosi o mulțime de forme și procedee, cum ar fi:

- care echipă compune prima, corect și frumos, o problemă după anumite cerințe;
- o echipă să formuleze conținutul problemei și cealaltă întrebarea, iar rezolvarea ei să se facă de ambele echipe simultan;
- să se găsească de către fiecare echipă cât mai multe întrebări la un conținut dat, sau mai multe metode de rezolvare a unei probleme date sau compuse;
- să se elimine dintr-un enunț datele de prisos, sau să se corecteze un enunț formulat intenționat greșit, etc.

Este necesar ca în activitatea de compunere a problemelor, institutorul să aibă permanent în atenție îmbunătățirea continuă a exprimării corecte a copiilor, atât din punct de vedere matematic cât și gramatical, îmbogățirea vocabularului matematic, creșterea continuă a volumului lor de cunoștințe, de transfer și de folosire a acestora în practică.

Compunerea de probleme la clasele I-IV poate constitui o premisă reală și eficientă pentru o viitoare muncă de cercetare, pentru activitatea ulterioară de creație și cu siguranță o modalitate sigură de sporire a rolului formativ al învățământului matematic din ciclul primar, în strânsă corelație cu celelalte discipline de învățământ.

Test de autoevaluare

1. Enumerați valențele formative ale activităților de rezolvare și compunere a problemelor de matematică.
2. Descrieți etapele rezolvării unei probleme de matematică.
3. Explicați în ce constă metoda analitică de rezolvare a unei probleme. Exemplificați întocmind și schema.
4. Compuneți câte o problemă din fiecare tip prezentat în teorie.
5. Prezentați un demers didactic complet vizând rezolvarea următoarei probleme:
Câtul a două numere naturale este 6, iar restul 13. Care sunt numerele dacă diferența lor este 463.

Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

1. Revedi 8.2. (Valențele formative ale activităților rezolutive).
2. Revedi 8.3. (Etapele rezolvării problemelor de matematică).
3. Revedi 8.4. (Metode pentru rezolvarea problemelor de aritmetică- I₁ Metoda analitică).
4. Revedi 8.7. (Activitatea de compunere a problemelor de către elevi).
5. Revedi 8.3. ; 8.5.3. și 8.5.3.1. (Etapele rezolvării problemelor de matematică; Metode speciale de rezolvare a problemelor de matematică -Metoda figurativă). R:553; 90.

Lucrare de verificare 3

1. Definiți metoda sintetică de rezolvare a unei probleme de matematică. Prezentați avantajele și dezavantajele care apar în folosirea acestei metode.
2. Compuneți două probleme simple de înmulțire și împărțire.

3. Alegeți una dintre etapele rezolvării unei probleme compuse și precizați activitățile ce se desfășoară în această etapă.
4. Prezentați un demers didactic complet vizând rezolvarea următoarei probleme:
Dacă pe fiecare bancă dintr-un parc se așează câte 5 persoane, atunci 10 persoane nu au loc, dar dacă se așează câte 6 persoane pe fiecare bancă, atunci rămân 5 bănci libere. Câte bănci și câte persoane sunt în parc?
5. Considerați că însușirea algoritmilor de rezolvare a problemelor tipice conduce la șabloane, la rețete în detrimentul gândirii, sau o ajută, o eliberează, îi dă frâu liber? Motivați.

Sugestii pentru acordarea punctajului:

Oficiu:	10 puncte
Subiectul 1:	10 puncte
Subiectul 2:	10 puncte
Subiectul 3:	10 puncte
Subiectul 4:	50 puncte
Subiectul 5:	10 puncte

Rezumat

Această unitate de învățare este dedicată însușirii de cunoștințe, tehnici, priceperi și deprinderi temeinice, privind activitățile de rezolvare și compunere a problemelor la școlarii mici precum și dobândirii capacităților de a conduce metodic aceste activități. Este evidențiată noțiunea de problemă matematică, precum și importanța activităților rezolutive. Sunt analizate etapele rezolvării problemelor de matematică și metodele de rezolvare a acestora. Sunt prezentate principalele categorii de probleme care se întâlnesc în clasele I-IV: problemele simple; problemele compuse; problemele care se rezolvă prin metodele: figurativă, a comparației, a falsei ipoteze, a mersului invers, probleme care se rezolvă prin regula de trei simplă sau de trei compusă, probleme de mișcare, nonstandard.

Se insistă asupra rezolvării problemelor prin mai multe căi, cu verificarea soluției găsite și scrierea formulei numerice, dar și pe complicarea problemei prin introducerea de noi date, sau prin modificarea întrebării acesteia. Sunt prezentate diferitele modalități folosite în activitatea de compunere a problemelor.

Bibliografie

Ana, D., Ana, M.L., Logel, D., Logel-Stroescu, E., : *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*. Editura CARMINIS, Pitești, 2005.

Atanasiu, Gh., Purcaru, M.A.P., *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*, Editura Universității „Transilvania” din Brașov, 2002.

Neacșu, I., (coordonator): *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1988.

Roșu, M.: *Metodica predării matematicii pentru colegiile universitare de institutori*, Universitatea din București, Editura CREDIS, 2004.

Roșu, M.: *Didactica matematicii în învățământul primar*, MEC, Unitatea de Management a Proiectului pentru Învățământul Rural, 2007.

****Manualele școlare (în vigoare) de matematică pentru clasele I-IV*.

***Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului, Consiliul Național pentru Curriculum. Programe școlare pentru învățământul primar, revizuite. București, 2003(I,II), 2004(III), 2005(IV).

***SNEE, CNC, Descriptori de performanță pentru învățământul primar, Editura ProGnosis.

Unitatea de învățare nr. 9

PROBLEME SPECIFICE ALE PREDĂRII-ÎNVĂȚĂRII MATEMATICII ÎN CONDIȚIILE MUNCII SIMULTANE

Cuprins

Obiectivele unității de învățare.....	87
§9.1. Elemente de planificare, proiectare și organizare a activității simultane.....	87
9.1.1. Particularitățile procesului de predare-învățare în învățământul simultan..	87
9.1.2. Gruparea claselor și repartizarea pe institutori.....	88
9.1.3. Alcătuirea orarului.....	89
9.1.4. Planificarea activității didactice.....	89
§9.2. Model de activitate didactică (sugestie metodică). Proiect de lecție.....	92
§9.3. Aspecte metodice privind activitatea independentă a elevilor.....	95
9.3.1. Importanța activității independente.....	95
9.3.2. Cerințe pe care trebuie să le îndeplinească activitatea independentă a elevilor...	95
9.3.3. Forme de activitate independentă.....	96
9.3.4. Controlul și evaluarea activității independente.....	97
Test de autoevaluare.....	98
Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare	98
Rezumat.....	98
Bibliografie.....	98

Obiectivele unității de învățare

În urma parcurgerii acestei unități de învățare, studenții vor fi capabili:

-să aplice metodologia predării-învățării matematicii în condițiile muncii simultane la clasele I-IV;

-să cunoască particularitățile procesului de predare-învățare în învățământul simultan;

-să se familiarizeze cu specificul activității de planificare și proiectare a activității didactice și de realizare a orarului în învățământul simultan;

-să conștientizeze importanța activității independente a elevilor în învățământul simultan.

§9.1. Elemente de planificare, proiectare și organizare a activității simultane

9.1.1. Particularitățile procesului de predare-învățare în învățământul simultan.

Proiectarea, organizarea și desfășurarea procesului de învățământ la clase simultane, apare ca necesară în anumite cazuri, cum ar fi: existența unei populații școlare reduse, sau a unor așezări rurale mai îndepărtate. Institutorul trebuie, în aceste situații, să-și desfășoare activitatea cu două (respectiv patru) categorii de elevi de vârste diferite, să conducă învățarea după programe diferite, trecând de la o temă la alta în cadrul aceleiași lecții, prestând astfel o muncă dificilă și complexă pentru a respecta în întregime programele școlare pentru fiecare clasă, ca și timpul normal afectat pentru realizarea acestora.

Singura modalitate prin care se pot realiza aceste obiective este alternarea momentelor de muncă independentă cu activități ce au loc sub directă îndrumare a institutorului. Elevii fiecărei clase își pot însuși cunoștințele, își pot forma priceperile, deprinderile și atitudinile prevăzute în programă, numai printr-o organizare corespunzătoare, riguroasă a muncii lor.

Particularitățile activității didactice simultane:

-comparativ cu lecția obișnuită, ritmul de lucru este alert, deoarece institutorul acordă doar o parte din timp pentru activitatea desfășurată efectiv cu elevii în scopul îndeplinirii sarcinilor impuse de programa școlară;

-în timpul desfășurării unei activități directe cu una dintre clase este solicitată capacitatea cadrului didactic de a-și distribui atenția în urmărirea și a elevilor celorlalte clase, care au activități independente;

-cu importanță în reușita lecției este și alegerea judicioasă a subiectelor lucrărilor independente efectuate în clasă sau acasă, precum și dozarea materialului pentru clasele cu care se lucrează direct. Realizarea acestor cerințe, presupune desfășurarea zilnică a unei temeinice pregătiri științifice și metodice;

-specificul activității simultane se reflectă și în elaborarea tuturor documentelor școlare: orar, planificare calendaristică, proiecte de lecție.

Avantajele activității simultane:

-pregătirea unui număr mic de elevi;

-varietatea formelor de activitate din cadrul lecției;

-se poate preîntâmpina eșecul școlar deoarece există condiții mai bune pentru: evaluarea nivelului de cunoștințe al elevilor, pentru urmărirea progresului la învățatură, pentru formarea și consolidarea deprinderilor de muncă independentă, datorită numărului mic de elevi dintr-o clasă;

-prin cunoașterea îndeaproape a fiecărui elev, institutorul reușește să alcătuiască colective omogene în fiecare clasă, caracterizate prin colaborare și cooperare între copii și care să fie integrate organic în colectivul mare al claselor care-și desfășoară activitatea simultan;

-se formează la elevi deprinderi de citire, scriere și calcul, datorită faptului că învățarea se produce, o mare parte din timp, sub forma muncii independente. Aceasta constituie o condiție principală a succesului școlar;

-activitatea independentă le conferă elevilor o încredere în forțele proprii, îi face să fie creatori și inventivi.

9.1.2. Gruparea claselor și repartizarea pe institutori.

Iscușința institutorului de a folosi echilibrat timpul prevăzut pentru munca independentă a elevilor, ca și distribuirea corespunzătoare a claselor între institutori joacă un rol important în asigurarea succesului la învățatură al copiilor. Experiența arată că cel mai indicat mod de repartizare este acela în care unui institutor i se încredințează clasele I și a III-a, iar altuia, clasele a II-a și a IV-a, atunci când în școală există două posturi, deoarece trebuie avut în vedere faptul că elevii mici (clasa I și a II-a) nu au formate deprinderile de muncă independentă, institutorul fiind nevoit să lucreze în mod direct mai mult cu aceste clase. Stadiul de formare al deprinderilor de muncă independentă la elevii claselor a III-a și a IV-a este în progres, aceștia fiind capabili să îndeplinească singuri unele sarcini.

Un alt avantaj al modului de împărțire a claselor menționat mai sus, este că același cadru didactic poate avea continuitate la clasă până sfârșitul unui ciclu școlar, nefiind în situația să renunțe la elevii cu care a lucrat un an, deoarece, dacă într-un an școlar a avut clasele I și a III-a, anul viitor va avea a II-a și a IV-a, iar în anul următor, din nou clasa I și a III-a.

În situația în care numărul de elevi este mic și școala funcționează cu un singur institutor pot apărea următoarele situații:

-institutorul lucrează cu toate cele patru clase și atunci elevii claselor I și a III-a încep programul de la ora 8 până la 10, apoi împreună cu clasele a II-a și a IV-a până la orele 12 sau 13, activitatea continuând cu clasele a II-a și a IV-a până la orele 14 sau 15;

-institutorul lucrează cu clasele I, a II-a și a III-a. În această situație se lucrează până la ora 10 cu clasele I și a III-a, apoi și cu clasa a II-a până la 12 sau 13, rămânând cu clasa a II-a până la orele 14 sau 15;

-institutorul lucrează cu clasele I, a II-a și a IV-a. Elevii din clasa I vor veni dimineața, urmând ca să se lucreze cu toate clasele de la ora 10;

-institutorul lucrează cu clasele a II-a, a III-a și a IV-a. Este indicat să se cupleze clasele a II-a cu a III-a dimineața, iar cu clasa a IV-a de la 10, pentru a se acorda mai mult timp clasei

terminale.

Un alt criteriu de cuplare a claselor îl constituie și numărul de copii din fiecare clasă.

9.1.3. Alcătuirea orarului

De o mare importanță în realizarea sarcinilor complexe ale procesului de învățământ, desfășurat în condiții de activitate simultană, este organizarea zilnică a activității pe baza unui orar bine gândit.

În vederea întocmirii acestui document de bază al institutorului trebuie să se țină seama de unele indicații pedagogice, cum ar fi:

-asigurarea cuplării unor materii, care asigură posibilități optime de alternare a muncii directe a institutorului, cu activitatea independentă a elevilor;

-respectarea curbei de efort a elevului în cadrul unei zile și al unei săptămâni;

-programarea orelor care aparțin aceleiași discipline la intervale aproximativ egale de timp în cursul unei săptămâni;

-realizarea unei îmbinări armonioase a obiectelor de studiu. În acest scop trebuie să urmărească îndeplinirea următoarelor **obiective**:

-planificarea simultană a unor obiecte care fac posibilă folosirea unor tipuri de lecții diferite în cadrul aceleiași ore;

-alegerea corectă a obiectelor care se predau în aceeași oră, la clase diferite, pentru a permite acordarea de tip suficient muncii directe cu clasa, sau la obiectul care solicită acest lucru;

-matematica și comunicarea nu se pot programa mai târziu de ora a III-a;

-nu se pot cupla în aceeași oră citirea cu comunicarea simultan la două clase;

-se pot planifica lecții de matematică la ambele clase, dat fiind numărul egal de ore prevăzut în planul cadru pentru învățământul primar obligatoriu (trunchiul comun).

Cerințele de mai sus își găsesc o bună rezolvare prin cuplarea claselor așa cum s-a arătat în paragraful precedent și prin folosirea orarului prelungit (6-7 ore zilnic).

Acest mod de lucru are următoarele **avantaje**:

-asigură timp suficient pentru munca directă a institutorului cu clasa;

-dă posibilitatea acordării unei importanțe deosebite orelor de matematică și de limba română, în cadrul cărora se formează și consolidează cunoștințe și deprinderi de muncă intelectuală;

-se pot utiliza strategii mai variate pentru a-i antrena pe elevi în dezvoltarea vocabularului matematic;

-previne suprasolicitarea elevilor;

-permite folosirea în condiții mai bune a activității diferențiate cu elevii, stimulând capacitățile intelectuale ale celor cu ritm rapid de lucru și înlăturând rămănerile în urmă pentru elevii cu rezultate slabe la învățătură;

-creează condiții pentru o mai bună evaluare a randamentului școlar, în scopul depistării și înlăturării greșelilor și lacunelor în cunoștințe, deprinderi și priceperi.

Institutorul va urmări, în scopul alcătuirii orarului, să planifice în orele când se lucrează cu o singură clasă (sau cu două, dacă activitatea se desfășoară la patru clase) obiectele care solicită mai mult timp pentru îndrumarea directă, urmând ca în celelalte ore să fie prevăzute obiecte care oferă posibilități mai variate de muncă independentă.

9.1.4. Planificarea activității didactice

Organizarea activității în condițiile învățământului simultan, necesită elaborarea unei planificări calendaristice, din care să rezulte paralelismul optim ce caracterizează activitatea la

aceste clase, întocmirea orarului și a proiectelor de lecții, deoarece aceste documente au o structură deosebită față de cele întocmite pentru predarea la o singură clasă.

Este indicat ca structura formală a planificării să fie realizată în așa fel, încât să fie ușor de urmărit atât gruparea lecțiilor, cât și conținutul muncii independente care alternează cu activitatea directă a institutorului.

Planificarea calendaristică pentru fiecare obiect de studiu se va realiza ca în situația când se lucrează cu o singură clasă.

Planificarea anuală, semestrială, iar în cazul muncii simultane și săptămânală, trebuie să aibă o rubrică simplă, care să ducă la realizarea și parcurgerea întregii materii.

Planificarea săptămânală rezultată din planificarea semestrială va ușura activitatea, în sensul că institutorul va ști precis cum să cupleze obiectele din orarul săptămânii, ținând cont de curba de efort a elevilor.

Sunt posibile trei tipuri fundamentale de lecții:

- lecții de dobândire de noi cunoștințe la fiecare clasă;
- lecții în care într-o clasă se dobândesc cunoștințe noi, iar în cealaltă se consolidează sau se verifică conținutul lecției anterioare;
- lecții de consolidare sau verificare la toate clasele.

Cel mai dificil de rezolvat sunt lecțiile de dobândire de noi cunoștințe, simultan, dată fiind dificultatea îmbinării muncii independente a elevilor cu activitatea desfășurată sub directă îndrumare a institutorului. Acest mod de cuplare a lecțiilor prezintă dificultăți și din cauză că în cadrul aceleiași ore de curs institutorul trebuie ca, simultan, să dirijeze dobândirea și fixarea de cunoștințe la fiecare clasă.

Mai ușor de realizat sunt lecțiile în care la o clasă se dobândesc noi cunoștințe, iar la alta se repetă cunoștințele. Se va începe activitatea cu clasa la care scopul principal este predarea-învățarea de noi cunoștințe, în timp ce elevii celeilalte clase vor efectua în mod independent exerciții din materia care se repetă. După ce se termină predarea noilor cunoștințe, se dă tema (sarcina) ce va fi efectuată în mod independent, în timp ce institutorul controlează activitățile celeilalte clase.

În cazul lecțiilor de consolidare a cunoștințelor, priceperilor și deprinderilor la anumite clase, se va da uneia din clase activitate independentă, iar cu cealaltă se va lucra direct, circa 20 minute, apoi se inversează activitatea directă a institutorului și cea independentă a elevilor. În acest mod ambele clase vor avea 20-25 minute de muncă sub îndrumarea directă a cadrului didactic și aproximativ același interval de timp pentru munca independentă.

Din punct de vedere metodic este bine ca institutorul să înceapă lecția cu clasa unde se poate desfășura mai ușor o lucrare independentă, sau unde tema pentru munca independentă poate fi precedată de exerciții orale sau de o discuție cu elevii. Dacă într-o lecție institutorul intenționează să dea o sarcină de muncă independentă uneia dintre clase, atunci el trebuie să înceapă munca cu această clasă. După ce li s-a precizat tema (sarcina) pentru activitatea independentă, copiii pot lucra singuri în cursul întregii lecții.

În lecțiile de acest tip este obligatorie munca directă a cadrului didactic cu elevii ambelor clase, atât pentru explicarea temei date ca muncă independentă, cât și în finalul ei, pentru verificarea realizării obiectivelor propuse.

Institutorul trebuie să acorde o atenție deosebită pregătirii lecțiilor și folosirii fiecărui moment al lecției, în scopul asigurării densității necesare acesteia.

Proiectele de lecție realizate în vederea predării matematicii în condiții de activitate simultană, trebuie ca pe lângă datele generale cunoscute, să cuprindă principalele secvențe specifice lecțiilor de acest tip și conținutul acestora, cu alternative pentru activitatea independentă conținând și fișe de diferențiere a sarcinilor didactice pentru unii elevi, pe baza progreselor survenite în urma desfășurării lecțiilor anterioare, dacă este cazul. În cadrul

proiectului de lecție, secvențele de activitate directă a institutorului cu elevii unei clase, trebuie clar delimitate de momentele de activitate independentă pentru elevii celeilalte clase.

Ținând cont de rolul esențial al activității independente în condițiile muncii simultane, este necesar să se realizeze o judicioasă selectare, dozare și un control exigent, eventual un auto-control al îndeplinirii sarcinilor.

Pentru activitatea independentă trebuie alese teme variate și dozate astfel încât să stimuleze participarea elevilor la lecție.

În predarea lecțiilor în condițiile activității simultane, trebuie să se folosească în special metodele active.

Trebuie bine realizată evaluarea randamentului școlar al elevilor în vederea prevenirii eșecului școlar.

În proiectarea și desfășurarea actului didactic institutorul trebuie să dovedească flexibilitate prin aplicarea unor măsuri corective în funcție de condițiile și evoluția elevilor din clasele cuplate, prin completări sau modificări în planificare (săptămânal) sau în orar (dacă este cazul).

Activitatea didactică în condițiile predării orelor de matematică la mai multe clase în același timp, poate fi sintetizată în modul următor:

-se va da mai întâi o sarcină scrisă de muncă independentă nu prea mare ca volum clasei de care institutorul intenționează să se ocupe în primul rând;

-cealaltă clasă va rezolva o temă în continuarea exercițiilor din lecția precedentă sau o sarcină de muncă independentă pregătită anterior și a cărei durată trebuie să fie egală cu durata activității directe din prima clasă;

-se controlează munca independentă a elevilor din clasa cu care institutorul și-a început lecția, se explică lecția nouă sau se rezolvă exerciții și probleme tipice sub directă lui îndrumare și se încheie activitatea directă, apoi se dă elevilor tema pentru munca independentă în clasă și acasă;

-institutorul controlează munca independentă a elevilor celeilalte clase și dă îndrumări pentru continuarea ei, sau, după caz, continuă activitatea, îndrumând elevii sau explicând elemente din noul conținut și dă apoi și pentru această clasă muncă independentă în clasă și acasă, vizând fixarea cunoștințelor noi sau consolidarea cunoștințelor și deprinderilor (în funcție de tipul lecției).

Momentele lecției în activitatea simultană sunt redată în tabelul următor:

Evenimentul instrucțional și activitatea de instruire (predare-învățare) Clasă cu elevi mai mici (I, II)	Timpul	Clasă cu elevi mai mari (III, IV)
Captarea atenției (I) • <i>Activitate directă</i>	5 min.	• <i>Activitate independentă</i>
Enunțarea obiectivelor (II)	2 min.	
Recapitularea celor însușite anterior (III) - reactualizarea cunoștințelor • <i>Activitate independentă</i>	3 min.	• <i>Activitate directă</i>
Prezentarea conținutului și a sarcinilor de învățare (IV) • <i>Activitate directă</i>	5 min.	• <i>Activitate independentă</i>
Dirijarea învățării și obținerea performanțelor (V-VI) - realizarea sarcinii I - realizarea sarcinii II	15 min. (2 min.) (5 min.) (3 min.)	• <i>Activitate directă</i>
Asigurarea feed-back-ului (VII)	2 min.	

(aprecierea grupului de elevi) • <i>Activitate independentă</i>		
Evaluarea formativă (VIII) - aplicarea testului formativ (autoevaluarea, comunicarea rezultatelor) • <i>Activitate directă</i> Sarcini pentru acasă	13 min.	• <i>Activitate independentă</i>
Asigurarea retenţiei (fixării) şi transferului (IX-X) Comunicarea temei pentru acasă - sarcinile fixate pe obiective actuale şi viitoare	5 min.	Sarcini pentru acasă

§9.2. Model de activitate didactică (sugestie metodică). Proiect de lecţie.

<p>Clasa: II</p> <p>Obiectul: Matematică</p> <p>Subiectul lecţiei: Adunarea unui număr format din zeci şi unităţi cu un număr format numai din unităţi.</p> <p>Tipul lecţiei: de comunicare-asimilare de noi cunoştinţe.</p> <p>Obiectivul fundamental: însuşirea procedurii de efectuare a adunării, prin calcul desfăşurat şi direct, a unui număr format din zeci şi unităţi cu un număr format din unităţi simple.</p> <p>Obiective operaţionale:</p> <p>O₁ - să descompună numerele cuprinse între 20 şi 100 în zeci şi unităţi;</p> <p>O₂ - să folosească diferite materiale didactice (riglete, bile, beţişoare, etc.) pentru înţelegerea tehnicii de calcul;</p> <p>O₃ - să stabilească rezultatele conform descriptorilor stabiliţi;</p> <p>O₄ - să selecteze dintr-o listă de exerciţii pe acelea care au acelaşi rezultat;</p> <p>O₅ - să folosească cazul de adunare învăţat în probleme simple, date de institutor sau formulate de elevi, sau sugerate prin imagini.</p> <p>Metode şi procedee: explicaţia, demonstraţia, exerciţiul, lucrul cu manualul, munca independentă.</p> <p>Mijloace de învăţământ: riglete, numărători cu bile, beţişoare, planşe ilustrative.</p> <p>Forme de organizare: frontală, individuală.</p> <p>Material bibliografic: Programa de matematică; Manualul de matematică pentru clasa II; Caietul elevului; Metodica predării</p>	<p>Clasa: a IV-a</p> <p>Obiectul: Matematică</p> <p>Subiectul lecţiei: Adunarea şi scăderea numerelor naturale peste 1000 - exerciţii şi probleme recapitulative.</p> <p>Tipul lecţiei: de formare a priceperilor şi deprinderilor.</p> <p>Obiectivul fundamental: formarea deprinderii de a rezolva exerciţii şi probleme cu adunări şi scăderi ale numerelor naturale peste 1000.</p> <p>Obiective operaţionale:</p> <p>O₁ - să utilizeze regulile de adunare şi scădere a numerelor naturale peste 1000, conform descriptorilor stabiliţi;</p> <p>O₂ - să determine termenul necunoscut la adunare şi scădere cu numere care trec peste 1000;</p> <p>O₃ - să selecteze, dintr-o listă de numere, pe acelea care îndeplinesc anumite condiţii;</p> <p>O₄ - să formuleze şi să scrie corect planul logic şi operaţiile unor probleme aplicative date;</p> <p>O₅ - să compună probleme pe baza unor formule numerice.</p> <p>O₆ - să testeze valoarea de adevăr a unei relaţii în cazul înlocuirii variabilei cu numere date.</p> <p>Metode şi procedee: exerciţiul, conversaţia, problematizarea, munca independentă.</p> <p>Mijloace de învăţământ: fişe de muncă independentă, manualul, caietul.</p> <p>Forme de organizare: frontală, individuală.</p> <p>Material bibliografic: Programa de matematică; Manualul de matematică pentru clasa a IV-a; Caietul elevului; Metodica</p>
--	--

matematicii la clasele I-IV; Culegere de probleme de matematică pentru clasele I-IV.	clasa a IV-a; Caietul elevului; Metodica predării matematicii la clasele I-IV; Culegere de probleme de matematică pentru clasele I-IV.
Desfășurarea lecției	
<p>I. Reactualizarea cunoștințelor</p> <p><i>Activitate independentă</i> (10 min.) Elevii lucrează pe fișe:</p> <p>a) Să se calculeze:</p> $\begin{array}{ll} 6 + 3 & 20 + 3 \\ 60 + 30 & 3 + 20 \\ 6 + 30 & 23 - 3 \\ 60 + 3 & 23 - 20 \end{array}$ <p>b) Să se determine termenul necunoscut:</p> $\begin{array}{ll} 30 + a = 36 & 70 + d = 74 \\ b + 6 = 67 & d + 50 = 55 \\ c + 40 = 43 & 20 + e = 27 \end{array}$ <p><i>Activitate directă</i> (20 min.) Institutorul controlează și apreciază activitatea independentă a elevilor.</p> <p>II. Enunțarea scopului și a obiectivelor</p> <p>III. Prezentarea noului conținut al învățării</p> <p>1. Institutorul prezintă problema:</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ Maria are 56 de baloane. A mai cumpărat 4 baloane. Câte baloane are acum Maria? <p>Elevii, orientați de institutor, vor analiza problema, observând că:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rezolvarea problemei se face pe baza adunării a doi termeni; - primul termen al adunării este format 	<p>I. Reactualizarea cunoștințelor</p> <p><i>Activitate directă</i> (10 min.)</p> <p>1. Verificarea temei de acasă.</p> <p>2. Exerciții de calcul oral. Elevii răspund oral:</p> $\begin{array}{l} 300 + 500 = \\ 1540 + 1300 = \\ 460000 + 120000 = \\ 6900 - 5400 = \\ 24000 - 15000 = \\ 880000 - 190000 = \end{array}$ <p>3. Rezolvarea problemei:</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ Alina a cumpărat 8 bomboane cu lapte a 126 lei bomboana și 6 bomboane cu fructe a 94 lei bomboana. Câți lei a plătit Alina? <p>Fiecare elev își întocmește pe caiet schema problemei.</p> <p>II. Asigurarea conexiunii inverse</p> <p>Institutorul face observații și aprecieri asupra etapelor de lucru și a rezultatelor obținute de elevi.</p> <p>III. Evaluarea cunoștințelor</p> <p><i>Activitate independentă</i> (20 min.)</p> <p>4. Lucrul elevilor pe fișe:</p> <p>Grupa I:</p> <p>a) Să se calculeze și să se facă proba (prin adunare și scădere):</p> $\begin{array}{l} 12341 + 1960 = \\ 196012 + 43149 = \end{array}$ <p>b) Să se determine termenul necunoscut din:</p> $\begin{array}{l} x + 1649 = 23143 \\ x - 394160 = 43192 \\ 96149 - x = 14848 \end{array}$ <p>c) Într-un aprozar erau 23920 kg de cartofi și cu 1643 kg mai multe roșii decât cartofi. Câte kg de cartofi și roșii erau la un loc în aprozar?</p> <p>Grupa a II-a:</p>

<p>numai din zeci și unități; - al doilea termen al adunării este format numai din unități simple.</p> <p>IV. Dirijarea învățării</p> <p>Efectuați adunările cu ajutorul materialului didactic. Elevii folosesc riglete și lucrează concomitent cu institutorul care folosește numărătoarea. Institutorul scrie pe tablă, iar elevii scriu pe caiete etapele intermediare ale operației.</p> $\begin{aligned} 56 + 4 &= 50 + 6 + 4 \\ &= 50 + 10 \\ &= 60 \end{aligned}$ $\begin{aligned} 4 + 56 &= 4 + 50 + 6 \\ &= 4 + 6 + 50 \\ &= 10 + 50 \\ &= 60 \end{aligned}$ <p>2. Efectuarea adunării $85 + 4$. Un elev lucrează la tablă și ceilalți în bănci.</p> <p>3. Prezentarea lecției din manual. Elevii numiți vor citi, pe rând, adunările rezolvate în manual.</p> <p>V. Obținerea performanței</p> <p><i>Activitate independentă</i> (10 min.) Elevii rezolvă următoarele adunări, scriind și etapele intermediare:</p> $\begin{array}{ll} 36 + 2 & 9 + 48 \\ 8 + 23 & 28 + 5 \\ 82 + 6 & 84 + 7 \end{array}$ <p><i>Activitate directă</i> (6 min.)</p>	<p>a) Să se calculeze:</p> $\begin{aligned} 93956 - 233 \times 4 &= \\ (143 \times 9) + (195 \times 7) &= \end{aligned}$ <p>b) Să se determine termenul necunoscut din:</p> $\begin{aligned} 19140 + x &= 46119 + 23192 \\ 201149 + 121400 &= x + 53120 \end{aligned}$ <p>c) Într-un magazin de jucării s-au vândut într-o lună 15129 de mingi. Dintre acestea 8326 au fost de culoare roșie, cu 2142 mai puține de culoare albastră decât cele roșii, iar restul verzi. Câte mingi de culoare verde s-au vândut?</p> <p><i>Activitate directă</i> (10 min.) Institutorul observă modul cum au rezolvat elevii fișele. Trei elevi care au lucrat bine prezintă pe rând, etapele și soluțiile corecte. Elevii își autocorectează lucrările.</p> <p>Asigurarea conexiunii inverse</p> <p>Institutorul stabilește nivelul de realizare a sarcinilor pe întreaga clasă și pe fiecare elev.</p> <p>IV. Intensificarea retenției și asigurarea transferului cunoștințelor</p> <p>Elevii vor formula o altă problemă, utilizând datele unei probleme din manual. Elevii vor compune o altă problemă, folosind enunțul problemei de mai sus, schimbând datele.</p> <p><i>Activitate independentă</i> (6 min.)</p>
--	---

<p>Institutorul verifică rezultatele și comunică elevilor nivelul la care au ajuns în atingerea obiectivelor.</p> <p>VI. Asigurarea transferului cunoștințelor Elevii compun și rezolvă probleme după ilustrații.</p> <p>Exemple: 1. Într-o clasă de elevi erau 15 băieți și 9 fete. Câți elevi erau în total în clasă? 2. Radu a colecționat 59 de timbre cu păsări și 6 de timbre cu mașini. Câte timbre are Radu?</p> <p><i>Activitate independentă</i> (4 min.) Elevii compun oral probleme după modelul operațiilor:</p> <p style="text-align: center;">$53 + 5$ $8 + 21$</p> <p>și după imaginile din manual.</p> <p><i>Activitate directă</i> Verificarea unor probleme compuse de elevi.</p>	<p>Elevii lucrează pe fișe:</p> <p>a) Să se afle diferența dintre produsul numerelor 5 și 213 și, respectiv câtul numerelor 215 și 5. b) Compuneți și rezolvați o problemă după formula numerică:</p> <p style="text-align: center;">$12921 + 43 \times 5.$</p> <p><i>Activitate directă</i> (4 min.) Controlul temelor efectuate independent.</p> <p>Temă pentru acasă.</p>
---	---

§9.3. Aspecte metodice privind activitatea independentă a elevilor

9.3.1. Importanța activității independente

Institutorul care lucrează simultan cu două sau mai multe clase are nevoie de un volum și de o mare varietate de conținuturi și forme de muncă pe care să le dea elevilor ca sarcini de exersare. El trebuie să stabilească obiectivele fiecărei activități, volumul de muncă și dificultățile inerente, durata efectuării activității respective și criteriile de evaluare.

Cadrul didactic trebuie să stimuleze activitatea independentă a elevilor și să susțină ritmicitatea efortului lor prin conținutul interesant al temelor, atractivitatea formelor de activitate, distribuirea unor sarcini diferențiate, folosirea unui material didactic interesant, etc.

Pentru reamintirea informațiilor predate anterior în scopul trecerii la predarea noilor cunoștințe, se poate apela la activitatea independentă a elevilor. De asemenea, și după transmiterea noilor cunoștințe, pentru fixarea și consolidarea acestora, se poate folosi acest tip de activitate.

Prin munca independentă, ca mijloc de instrucție și educație, se rezolvă o mare parte din problemele predării-învățării. Importanța acestei forme de organizare a activității, nu se reduce doar la formarea deprinderilor de muncă independentă la elevi, ci prin ea se îndeplinesc sarcinile fundamentale ale procesului de învățământ: dobândirea de noi cunoștințe, priceperi și deprinderi, aplicarea lor în practică, repetarea și sistematizarea cunoștințelor, evaluarea.

Prin activitatea independentă a elevilor se urmărește și îndeplinirea unor **obiective formative** ca: formarea spiritului de observație la elevi, dezvoltarea proceselor psihice de cunoaștere (a gândirii, memoriei, formarea spiritului de independență și a inițiativei, formarea unor trăsături pozitive de voință și caracter cum ar fi: dârzenia, perseverența, curajul de a învinge greutățile cu forțe proprii, etc.).

9.3.2. Cerințe pe care trebuie să le îndeplinească activitatea independentă a elevilor

În scopul obținerii unei adevărate eficiențe, se impune ca activitatea independentă a elevilor să îndeplinească anumite **cerințe**:

-în procesul de predare-învățare, sarcinile date elevilor pentru a fi rezolvate de aceștia cu forțe proprii trebuie să se refere, în primul rând, la cerințele programei; ele trebuie formulate în așa fel încât să stimuleze la lucru pe fiecare elev, indiferent de nivelul lui de pregătire, să vizeze îndeplinirea obiectivelor instructiv-educative propuse pentru lecția respectivă și să constituie o continuare firească a materialului studiat;

-folosirea rațională a exercițiilor de muncă independentă: la clasele mici (I și a II-a), în special în prima perioadă a anului școlar, când se pun bazele deprinderilor de muncă independentă, institutorul trebuie să acorde o mai mare atenție activității directe și să efectueze o supraveghere și o îndrumare mai atentă a activității independente a elevilor;

-sarcinile date elevilor în cadrul activității lor independente, trebuie să fie accesibile acestora, să nu cuprindă noțiuni necunoscute elevilor, ele trebuie să fie formulate și explicate clar, încât să fie înțelese de elevi; cerințele trebuie să vizeze realizarea unor obiective precise și să stimuleze interesul și potențialul creativ al copiilor, corespunzând scopului și conținutului lecției;

-institutorul trebuie să realizeze dozarea rațională a volumului și dificultăților pe care le implică sarcinile de muncă independentă, în scopul evitării atât a supraîncărcării elevilor, cât și rămânerii fără ocupație a acestora; institutorul trebuie să aibă pregătite și subiecte de rezervă pentru elevii cu ritm mai rapid de lucru;

-orice sarcină de muncă independentă trebuie verificată și evaluată (notată), deoarece în cazul în care se dau teme a căror realizare nu se apreciază, aceasta conduce la micșorarea interesului și responsabilității elevului, la scăderea motivației pentru rezolvarea sarcinilor;

-activitatea elevilor trebuie să se desfășoare în liniște, să se bazeze uneori pe cooperare, efectuând câteodată în colectiv sarcinile primite;

-activitatea independentă a elevilor precede activitatea directă: în sarcinile date elevilor, se va ține cont dacă volumul de cunoștințe anterioare permite acestora să facă singuri un pas mai departe în întregirea materialului ce va fi transmis în activitatea directă ce va urma;

-nu se vor da spre rezolvare elevilor tipuri de exerciții și probleme care nu au fost rezolvate sub îndrumarea institutorului;

-activitatea independentă a elevilor trebuie să fie precedată de o etapă pregătitoare, în care institutorul precizează obiectivele urmărite și metodele de lucru care vor fi folosite pentru efectuarea activității; în această etapă se poate rezolva un exercițiu, se poate repeta o regulă pe care se bazează rezolvarea lui, urmând ca elevii să rezolve apoi alte exerciții de același fel sau mai complicate.

9.3.3. Forme de activitate independentă

În funcție de obiectivele și de conținutul lecției, de obiectul de învățământ, de clasa și etapa în care se desfășoară, etc., munca independentă a elevilor care învață în condiții simultane îmbracă o varietate de forme.

Conținutul activității independente, care va constitui etapa pregătitoare a lecției planificate pentru ziua respectivă, sau etapa de încheiere a acesteia, poate cuprinde:

- rezolvarea unor exerciții și probleme din manual sau formulate de institutor;
- construcția unor exerciții sau probleme asemănătoare cu cele rezolvate sub îndrumarea institutorului;
- rezolvarea unor probleme prin alte procedee, atunci când este posibil;
- desenarea unor figuri geometrice;
- măsurarea unor dimensiuni;
- calcularea perimetrelor unor figuri geometrice.

La obiectul matematică se pot folosi următoarele **forme de activitate independentă**:

1. Munca independentă pregătitoare pentru predarea noilor cunoștințe.

Această formă de activitate independentă se poate utiliza la toate clasele I-IV, cu condiția să fie corect proporționată cu specificul individual, cu vârsta elevilor și să fie în strânsă legătură

cu subiectul lecției respective.

Exemple:

1. La predarea scăderii la clasa I se pot da ca muncă independentă pentru predarea cunoștințelor exerciții de tipul:

Calculează cu ajutorul imaginilor:

$$\begin{array}{cccc} \text{OO} & \text{OOO} & \text{O} & \text{OOOOO} \\ \hline & \text{OOO} & \text{OOO} & \\ \hline & & \text{OOOO} & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 5 - 3 = ' & 5 - 2 = ' & 5 - 4 = ' & 5 - 0 = ' \\ '= 5 - 3 & '= 5 - 2 & '= 5 - 4 & '= 5 - 0 \end{array}$$

2. La clasa a III-a se pot da ca muncă independentă pregătitoare predării înmulțirii cu 3, exerciții de tipul:

Efectuați:

$$\begin{array}{ccc} 0 + 3 = & 6 + 3 = & 12 + 3 = \\ 3 + 3 = & 9 + 3 = & 15 + 3 = \end{array}$$

3. La clasa a IV-a se poate da ca muncă independentă pentru pregătirea predării: unitățile de măsură pentru capacitatea (volumul) vaselor:

Efectuați:

$$\begin{array}{ccc} 32 \cdot 10 = ' & 24\ 000 : 100 = ' & 50\ 000 : 1\ 000 + 500 = ' \\ 45 \cdot 100 = ' & 600\ 000 : 10.000 = ' & \end{array}$$

Efectuați transformările:

$$\begin{array}{l} 30\ \text{m} = ' \text{dm} = ' \text{cm} = ' \text{mm} \\ 5000\ \text{g} = ' \text{dag} = ' \text{hg} = ' \text{kg, etc.} \end{array}$$

Se pot da numeroase exemple de acest gen, putând folosi în acest scop ca materiale bibliografice: manualele, diferite cărți și culegeri de exerciții și probleme, caietele elevului.

2. Munca independentă cu rol de fixare a cunoștințelor predate la lecția respectivă cuprinde: rezolvarea de exerciții și probleme cu aplicarea operațiilor învățate, componerea de exerciții și probleme după anumite cerințe date de institutor, desenarea figurilor geometrice învățate, calculul perimetrului, rezolvarea diferitelor exerciții-joc de completare a semnului operațiilor aritmetice (+); (-); (×); (:), în așa fel încât să fie adevărată expresia dată, rezolvarea exercițiilor de aflare a termenului necunoscut, etc.

3. Munca independentă având ca scop recapitularea cunoștințelor, prin care se reiau și se sistematizează la sfârșitul semestrului sau a anului școlar în diverse combinații cunoștințele acumulate anterior dintr-un întreg capitol, sau cele legate de o anumită temă.

9.3.4. Controlul și evaluarea activității independente

Activitatea independentă a elevilor este indicat ca să se efectueze pe fișe individuale, pentru a se evita distragerea atenției elevilor din celelalte clase.

Cadrul didactic este obligat cu ocazia distribuirii fișelor să dea explicații și sarcini clare, iar pe parcursul activității să fie efectuată supravegherea și date eventuale îndrumări.

Notarea acestor forme de activități ale elevilor se face pe baza unui punctaj dinainte stabilit în funcție de obiectivele, scopul general și de gradul de dificultate al sarcinilor de rezolvat.

Pe tot parcursul activității independente a elevilor, institutorul exercită o supraveghere generală, trecând periodic printre bănci pentru a verifica dacă sarcinile date au fost înțelese de către toți elevii și dacă aceștia le tratează cu seriozitate. Când situația o cere, cadrul didactic poate interveni pentru a-i antrena pe toți elevii la lucru, sau pentru a preveni greșelile tipice.

Lucrările independente ale elevilor se verifică atât sub aspect cantitativ, cât și calitativ. În situația în care acestea sunt de scurtă durată, nu este necesar ca să se efectueze mereu un control amănunțit.

Verificarea muncii independente a elevilor trebuie să aibă loc în cadrul tuturor tipurilor de lecții, dar mai ales la cele de verificare și evaluare a cunoștințelor, de repetare și sistematizare, de formare a priceperilor și deprinderilor. În aceste lecții se pot da sarcini pentru întreaga oră, iar verificarea acestora se va realiza acasă, de către institutor, finalizându-se cu notarea și analiza acestora, cu ajutorul elevilor în ora următoare.

Autocontrolul elevilor, în condițiile muncii simultane, exercită un rol important în cadrul verificării lucrărilor efectuate independent. Acesta se realizează prin confruntarea rezultatelor obținute de ei cu cele indicate de cadrul didactic, sau aflate în manual, la rubrica de răspunsuri. Tot ca formă de verificare, se poate utiliza controlul reciproc al elevilor pentru lucrările efectuate.

Ultimele două forme de verificare a corectitudinii efectuării lucrărilor nu trebuie să înlocuiască însă controlul zilnic, sau pe cel periodic exercitat de institutor.

Test de autoevaluare

1. Precizați particularitățile procesului de predare-învățare în învățământul simultan.
2. Prezentați obiectivele pe care trebuie să le aibă în vedere institutorul, la întocmirea orarului.
3. Evidențiați importanța activității independente.
4. Enumerați cerințele pe care trebuie să le îndeplinească activitatea independentă a elevilor.
5. Exemplificați forme de activitate independentă pentru predarea noilor cunoștințe la clasa a II-a.

Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

- 1.Revezi 9.1.1.(Particularitățile procesului de predare-învățare în învățământul simultan).
2. Revezi 9.1.3. (Alcătuirea orarului).
3. Revezi 9.3.1.(Importanța activității independente).
4. Revezi 9.3.2.(Cerințe pe care trebuie să le îndeplinească activitatea independentă a elevilor).
- 5.Revezi 9.3.3.(Forme de activitate independentă), extrage și reformulează.

Rezumat

Această unitate de învățare are ca scop cunoașterea unor probleme specifice procesului de predare-învățare a matematicii la clase simultane, cum ar fi: gruparea claselor și repartizarea pe institutori, alcătuirea orarului, precum și elemente de planificare, proiectare și organizare a activității simultane, cu exemplificări. Sunt prezentate de asemenea unele aspecte metodice privind activitatea independentă a elevilor.

Bibliografie

Atanasiu, Gh., Purcaru, M.A.P., *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*, Editura Universității „Transilvania” din Brașov, 2002.

Lupu, C.: *Metodica predării matematicii. Manual pentru clasa a XII-a. Licee pedagogice*. Editura Paralela 45, Pitești, 1999.

Neașu, I. (coordonator): *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1988.

Spulber, Ș., Spulber, C.: *Practica pedagogică*. Editura “Grigore Tabacaru”, Bacău, 1999.

Unitatea de învățare nr. 10

ROLUL MIJLOACELOR DE ÎNVĂȚĂMÂNT ÎN LECȚIA DE MATEMATICĂ

Cuprins

Obiectivele unității de învățare.....	99
§10.1. Conceptul de mijloc de învățământ.....	99
§10.2. Principii de bază în folosirea mijloacelor de învățământ.....	99
§10.3. Integrarea mijloacelor de învățământ în activitatea didactică.....	100
§10.4. Factorii determinanți în activitatea de confecționare a materialului didactic.....	101
§10.5. Listă de materiale didactice necesare desfășurării lecțiilor de matematică.....	102
Test de autoevaluare.....	104
Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	104
Rezumat.....	104
Bibliografie.....	104

Obiectivele unității de învățare

În urma parcurgerii acestei unități de învățare, studenții vor fi capabili:

- să precizeze conceptul de mijloc de învățământ;
- să înțeleagă principiile de folosire a acestora în activitatea didactică;
- să descrie mijloacele de învățământ tradiționale, evidențiind rolul lor în cadrul lecțiilor de matematică;
- să prezinte mijloacele de învățământ moderne, insistând asupra importanței lor în cadrul lecțiilor de matematică;
- să cunoască factorii determinanți în activitatea de confecționare a materialului didactic cu elevii;
- să enumere materiale didactice necesare desfășurării lecțiilor de matematică.

§10.1. Conceptul de mijloc de învățământ

Termenul de **mijloc de învățământ** desemnează totalitatea resurselor materiale concepute și realizate în mod explicit pentru a servi institutorului în activitatea de predare și elevilor în activitatea de învățare.

În sensul cel mai larg, prin mijloace de învățământ se înțelege totalitatea materialelor, dispozitivelor și operațiilor cu ajutorul cărora se realizează transmiterea informației didactice, înregistrarea și evaluarea rezultatelor obținute. Așadar, mijloacele de învățământ pot fi definite ca un ansamblu de instrumente materiale produse, adaptate și selecționate în mod intenționat pentru a servi nevoilor organizării și desfășurării procesului de învățământ. Ele amplifică valoarea metodelor și împreună cu acestea contribuie la realizarea obiectivelor educației.

Mijloacele de învățământ sunt instrumente care facilitează transmiterea informației ca act al predării, sprijinind și stimulând în același timp activitatea de învățare. Ele, însă, nu se substituie activității de predare, ci doar amplifică și diversifică funcțiile acesteia printr-o mai bună ordonare și valorificare a informației transmise. Oricât s-ar perfecționa aceste mijloace, ele nu vor putea înlocui activitatea institutorului, ci doar îl vor ajuta pentru a-și îndeplini mai bine sarcinile ce-i revin.

§10.2. Principii de bază în folosirea mijloacelor de învățământ

- Folosirea mijloacelor de învățământ se bazează pe unele **principii** a căror aplicare este necesară:
- orice comentariu oral, mai ales a unui subiect complicat sau nou, trebuie însoțit, dacă este posibil, cu elemente audio-vizuale pentru a fi reținute sau pentru a suscita discuții;
 - ilustrarea audio-vizuală a punctelor importante trebuie să fie repartizate echitabil, în așa

fel încât să incite elevii, să dea viață unui subiect mai puțin atrăgător, să încurajeze discuția sau să dea mai multă greutate unei explicații;

-o prezentare cu ajutorul mijloacelor de învățământ a cunoștințelor de învățat permite o asimilare mai rapidă și o activitate mai intensă; astfel institutorul, poate deseori să abandoneze pe moment rolul său pur pedagogic și să se integreze în grup pentru a discuta documentele prezentate, conținutul unui film, a unei simulări etc.;

-adoptând atitudinea unui observator discret, aparent pasiv, institutorul poate, dacă a ales cu grijă mijloacele de învățământ, să creeze o situație în care grupul se autoinstruiește, să dezvolte la membrii săi spiritul critic, care îi va permite să obțină învățăminte pentru situații reale de viață;

-exercițiile bazate pe jocurile didactice, pe simulări (eventual prin utilizarea unui calculator electronic), sunt eficiente: o problemă devine tangibilă, elevii acționează ei înșiși, sunt antrenați să participe, să facă apel la propria lor experiență;

-folosirea mijloacelor de învățământ permite cadrelor didactice să lărgescă câmpul de cunoștințe al elevilor, prin abordarea interdisciplinară a problematicii predate.

§10.3. Integrarea mijloacelor de învățământ în activitatea didactică

Prezența mijloacelor de învățământ în cadrul formelor de organizare a activității didactice se justifică atunci când: contribuie la perfecționarea procesului de comunicare, prezentând informații despre cele mai diferite obiecte, fenomene, evenimente etc.; aduc în laborator sau cabinet obiecte și fenomene care nu pot fi percepute direct de către elevi; oferă componente și aparate indispensabile în realizarea unor montaje experimentale pentru dobândirea cunoștințelor prin efort propriu în cadrul practicării învățării prin descoperire; sprijină procesul de formare a noțiunilor, capacităților de analiză, sinteză, generalizare etc.; oferă un suport pentru efectuarea de exerciții și rezolvarea de probleme; prezintă situații-problemă ale căror soluții urmează să fie analizate în lecție; provoacă și dezvoltă motivația învățării și, în același timp, declanșează o atitudine emoțională; oferă posibilități de conexiune inversă și contribuie la evaluarea rezultatelor școlare.

Eficiența mijloacelor de învățământ în activitatea de predare-învățare este determinată în ultimă instanță de metodologia folosită de cadrul didactic pentru integrarea acestora în activitatea didactică. Metodologia utilizării mijloacelor de învățământ nu este ceva exterior conținutului învățământului, ci reprezintă o componentă de bază, care face parte din organizarea acestuia.

Eficiența mijloacelor de învățământ depinde nu numai de calitatea lor, ci, în primul rând, de modul în care sunt integrate în activitatea didactică. Indiferent de categoria lor, ele pot contribui la ridicarea eficienței și calității învățării numai atunci când sunt selecționate și folosite rațional, când sunt subordonate atingerii obiectivelor didactice. În orice sistem de învățare metodele și mijloacele de învățământ sunt interdependente, se condiționează reciproc. Adaptarea riguroasă a mijloacelor de învățământ la sarcinile care trebuiesc realizate în activitatea de învățământ constituie o condiție indispensabilă a eficienței acestor mijloace.

Realizarea unei eficiențe sporite a mijloacelor de învățământ în procesul instructiv-educativ depinde, totodată, și de măiestria cu care cadrul didactic reușește să integreze efectiv aceste mijloace în cadrul formelor de organizare. Procesul de integrare a acestor mijloace de învățământ solicită cadrului didactic o pregătire activă complexă, care începe cu mult înainte de desfășurarea activității propriu-zise și se încheie o dată cu stabilirea concluziilor desprinse din evaluarea acesteia, pe baza cărora se vor adopta apoi măsuri pentru optimizarea activității didactice.

Înainte de începerea activității didactice este necesar să se stabilească și să se formuleze clar obiectivele urmărite prin folosirea mijloacelor de învățământ. Aceste obiective se stabilesc în funcție de specificul fiecărei activități și au ca scop precizarea clară a modului în care mijloacele de învățământ trebuie să contribuie la înțelegerea fenomenelor, proceselor pentru care expunerea cadrului didactic nu este suficientă.

Totodată, cadrul didactic stabilește mijloacele de învățământ necesare (aparatura de uz general, truse, subansamble, filme, folii, diapozitive ș.a.), ținând seama de obiectivele fundamen-

tale și operaționale ale activității ce urmează să se desfășoare cu elevii, de cuantumul de cunoștințe, priceperi și deprinderi pe care trebuie să le însușească aceștia. Apoi verifică și pregătește în detaliu, tot înainte de lecție, mijloacele de învățământ care vor fi folosite: truse, subansamble, studiază atent îndrumările (instrucțiunile) de folosire a mijlocului de învățământ, efectuează experimentul în cele mai mici detalii, pregătește materialele necesare efectuării experimentelor de către elevi și fișele de lucru, stabilește modalitățile de efectuare a experimentului, sarcinile de lucru, concluziile parțiale și finale ce urmează să fie desprinse din experimentele efectuate, elaborează probele de evaluare a rezultatelor etc. În cazul folosirii mijloacelor audio-vizuale, institutorul verifică starea de funcționare a aparatului de proiecție, proiectează filmele, diapozitivele sau foliile selecționate și stabilește cu exactitate imaginile care sunt necesare pe parcursul secvențelor, ca și modalitatea de a le valorifica.

Pentru a putea recepționa cantitatea de informații ce urmează să fie transmisă și pentru a crea atmosfera necesară de lucru impusă de folosirea mijloacelor de învățământ, este necesară o pregătire prealabilă a elevilor de către cadrul didactic. El trebuie să se convingă de nivelul fondului teoretic și deprinderile practice ale noilor cunoștințe și abilități pe care le vor dobândi elevii prin intermediul mijloacelor de învățământ. Elevii vor putea să-și însușească conștient noile cunoștințe numai în măsura în care cadrul didactic este convins că aceștia posedă un ansamblu de informații care să le permită înțelegerea, nu memorarea mecanică a noilor cunoștințe.

În condițiile folosirii mijloacelor audio-vizuale, cadrul didactic trebuie să prezinte elevilor obiectivele urmărite, să sublinieze ideile principale, să formuleze întrebări-problemă la care elevii să caute un răspuns în timpul proiecției, să stabilească alte sarcini ce trebuie îndeplinite în timpul activității didactice.

Utilizarea mijloacelor de învățământ în cadrul lecțiilor se face cu ajutorul institutorului care explică cum se folosesc (uneori făcând un instructaj de protecție) și cum se mănuiesc pentru formarea priceperilor și deprinderilor.

§10.4. Factorii determinanți în activitatea de confecționare a materialului didactic

Cerințele esențiale - tehnice, sociale și psihopedagogice - sunt în interacțiune și interdependență și constituie **factori determinanți în activitatea de confecționare a materialului didactic cu elevii.**

1.) Cerințe sociale

Preocuparea cadrelor didactice de a lega noțiunile teoretice de formarea deprinderilor practice la elevi, face să apară necesitatea confecționării cu elevii de material didactic nou, a reparării și întreținerii celui existent.

Acțiunea de autodotare a dus la crearea în școli a numeroase noi laboratoare audio-vizuale, la crearea și la îmbogățirea sortimentelor de material didactic.

Ea înseamnă nu numai producerea de valori materiale, deoarece autodotarea interesează nu numai sub aspect economic, ci mai mult sub aspect educativ, pentru că se urmărește pregătirea oamenilor capabili să făurească obiecte utile.

Scopul final al activității de confecționare a materialului didactic cu elevii este pregătirea tânărului pentru viață, viața făcându-l apt să trăiască în sânul societății ca om instruit, cu spirit creator și cu personalitate profesională.

2.) Cerințe tehnice

Școala are nevoie de material didactic cu caracteristici tehnice și didactice superioare, cu gabarite și performanțe care trebuie să răspundă exigențelor modernizării întregului învățământ matematic.

Plecând de la această cerință, în realizarea diferitelor dispozitive și aparate, s-a urmărit ca

materialul didactic confecționat cu elevii să întrunească anumite **cerințe tehnice**:

- să fie cât mai simplu, spre a fi cât mai ușor intuit;
- să fie cât mai comod de mânuit (materialul didactic să fie demontabil);
- să aibă un anumit dinamism, care să stimuleze interesul elevului pentru studiu;
- să promoveze concepția modernă dinamică asupra matematicii, în locul concepției tradiționale cu caracter static;
- să fie astfel construit încât să atragă privirea elevului, să-l determine să-și pună întrebări și să-l ajute să le afle răspunsul;
- modelul trebuie să fie fidel; se înțelege prin aceasta că trebuie să existe între model și original analogii destul de numeroase, pentru ca sugestiile făcute de funcționarea modelului să fie valabile pentru original;
- materialul didactic confecționat să fie adaptat, în limita posibilităților, la elementele moderne, care au fost introduse în programele și manualele școlare și să contribuie eficient la construirea unei tehnologii didactice moderne;
- materialul didactic confecționat trebuie însoțit de cataloage, instrucțiuni și normative cu privire la valoarea intuitivă, metodică folosirii, prezentarea și întreținerea lui.

3.) Cerințe psihopedagogice

În misiunea sa delicată de a conduce elevul de la cunoștințe intuitive la cunoștințe logice, cadrul didactic se sprijină adesea pe folosirea judicioasă a materialului didactic. Institutatorul simte nevoia să confecționeze singur, sau, pe baza concepției lui, împreună cu elevii, diferite dispozitive, aparate, planșe, scheme etc., menite să determine o mai bună însușire a noțiunilor predate.

Dacă dascălul pleacă de la concepția că matematica este o colecție de structuri (axiomatice), atunci munca sa de predare cu siguranță va fi influențată de această concepție.

În cazul când acesta stăruie asupra concepției că matematica nu se manifestă decât în legătură cu situațiile vieții practice, materia va fi probabil prezentată ca un amestec de experiențe și de procese de gândire asupra acestor experimente. Cadrul didactic trebuie să folosească aceste concepții în mod echilibrat, fără să absolutizeze una în dauna celeilalte.

Rolul dascălului la matematică constă în a conduce elevul să treacă de la cunoștințele căpătate pe planul intuitiv la cunoștințele organizate la nivelul logic.

Modernizarea conținutului și spiritului matematicii elementare necesită o revizuire completă, o nouă optică în ceea ce privește materialele și mijloacele folosite în clasă. Folosirea desenului, a modelului spațial, a filmului etc., trebuie făcută judicios, la locul și timpul potrivit din lecție. Utilizarea abuzivă, fără discernământ, a materialului didactic la lecție constituie un pericol, dezvoltă la elevi intuiția în dauna logicii; prin logică, demonstrezi, prin intuiție inventezi.

Confecționarea materialului didactic cu elevii contribuie la educarea lor prin muncă și pentru muncă.

În activitatea practică de confecționare a materialului didactic se realizează obiectivele educaționale privitoare la dezvoltarea spiritului aplicativ, a aptitudinilor creatoare, îndemânarea, gustul pentru frumos, formarea personalității în acțiune etc. Elevilor, care știu că au de lucrat ceva folositor și văd cu proprii lor ochi că ceea ce au făcut se utilizează la lecții, le sporește încrederea în forțele proprii și se descoperă pe ei înșiși. Aceasta este o cerință esențială a educării prin muncă.

De asemenea, se manifestă la elevi colectivismul, cât și grija pentru gospodărirea și păstrarea materialului didactic.

§10.5. Listă de materiale didactice necesare desfășurării lecțiilor de matematică

Lista care urmează este orientativă. În funcție de resursele locale, o serie de materiale pot fi înlocuite cu altele, similare din punct de vedere al obiectivului de atins. Materialele sunt, în general, ușor de procurat; ele pot fi confecționate în școală, de către elevi, sau pot fi solicitate

părinților.

Pentru desfășurarea **optimă** a lecțiilor de matematică sunt necesare următoarele materiale:

Pentru cadrul didactic:

- o cutie cu creioane;
- bețișoare;
- bile colorate (roșii, verzi, albastre);
- monede, bancnote sau mulaje ale acestora (din carton);
- cuburi care se îmbină;
- cubul lui Rubik;
- un calendar;
- 3-4 cutii de formă paralelipipedică, al căror volum poate fi măsurat prin umplere cu cuburi de dimensiuni egale;
- planșe reprezentând construcții simple făcute numai din cuburi;
- material didactic conceput și confecționat în spirit problematizat;
- un ceas mare, din carton sau plastic, pe care limbile se pot deplasa (ceasul demonstrativ);
- un ceas electronic;
- un cronometru;
- o cutie cu bețe de chibrit;
- o balanță sau un cântar;
- numărătoare de poziționare;
- figuri geometrice de poziționare;
- figuri geometrice decupate, de diferite culori: pătrat, dreptunghi, triunghi, cerc etc.;
- planșe reprezentând adunarea și scăderea cu 2 a numerelor pare de la 0 la 20;
- planșe cu modele de rezolvare a ecuațiilor;
- planșe reprezentând axe ale numerelor;
- tablă magnetică;
- corpuri geometrice: cub, paralelipiped, piramidă, sferă, cilindru, con;
- planșe reprezentând două castele construite folosind cât mai multe din corpurile geometrice studiate;
- figuri geometrice care admit una sau mai multe axe de simetrie;
- una sau două planșe cu figuri care au colorate câte o doime, o treime sau o pătrime din întreaga figură;
- o planșă cu tabla înmulțirii vizibilă din orice punct al clasei;
- diferite obiecte care se pot compara în mod semnificativ din punct de vedere al lungimii lor (lungi și înguste);
- riglă de lemn;
- un metru de tâmplărie, un centimetru, un metru folosit pentru textile;
- o foaie de calc pe care este desenată o rețea de pătrate vizibilă din orice punct al clasei;
- desene cu imagini sugerând temperaturi ridicate și scăzute;
- vase transparente de diferite mărimi, pentru măsurat capacități;
- mase de 1 kg, 500 grame, 250 grame;
- plastilină;
- termometru medical.

Pentru fiecare elev, sau pentru un grup de doi elevi:

- bețișoare;
- pătrate și discuri colorate (10 roșii, 10 verzi, 10 albastre);
- cartonașe decupate conținând exerciții de înmulțire și împărțire;
- cartonașe decupate reprezentând figuri geometrice: pătrat, dreptunghi, triunghi, cerc, pentagon, hexagon, octogon;

-cuburi care se pot îmbina (ca la jocul "Lego", sau mai simple) construite din material plastic;

- un ceas decupat, pe care se pot fixa limbile cu o pioneză;
- bețe de chibrit (fără gămălie);
- balanțe;
- numărători de poziționare;
- figuri geometrice de poziționare;
- trusă de corpuri geometrice;
- figuri geometrice pe care sunt puse în evidență câte o doime, o treime, o pătrime;
- o foarfecă;
- un metru de croitorie;
- riglă gradată;
- cuburi cu latura de 1 cm;
- plastilină;
- mulaje din hârtie sau carton ale monedelor și bancnotelor;
- hârtie milimetrică;
- cartoane decupate ce conțin denumirile pentru zilele săptămânii și lunile anului.

Test de autoevaluare

1. Definiți conceptul de mijloc de învățământ.
2. Enumerați, folosind cuvinte proprii, principiile de bază în folosirea mijloacelor de învățământ.
3. Prezentați factorii determinanți în activitatea de confecționare a materialului didactic.
4. Specificați care dintre materialele didactice de la 10.5 pot fi confecționate în grădiniță împreună cu copiii, respectiv în școală împreună cu elevii, și care pot fi solicitate părinților.
5. Concepeți diferite alternative metodologice pentru predarea-învățarea diferitelor conținuturi din manualele alternative de matematică și analizați mijloacele de învățământ ce pot fi utilizate pentru atingerea obiectivelor propuse.

Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

1. Revedi 10.1 (Conceptul de mijloc de învățământ).
2. Revedi 10.2 (Principii de bază în folosirea mijloacelor de învățământ)
3. Revedi 10.4 (Factorii determinanți în activitatea de confecționare a materialului didactic)

Rezumat

Această temă este dedicată dezvoltării și aprofundării problematicii privind cunoașterea și posibilitatea folosirii mijloacelor de învățământ în activitatea didactică, cu scopul de a spori eficiența acesteia. Este prezentat conceptul de mijloc de învățământ, cu descrierea principiilor de folosire a acestora în activitatea didactică. Este discutată integrarea mijloacelor de învățământ în activitatea didactică. După enumerarea factorilor determinanți în activitatea de confecționare a materialului didactic este prezentată o listă orientativă a materialelor didactice necesare desfășurării lecțiilor de matematică la clasele I-IV.

Bibliografie

- Jinga, I., Istrate, E.: *Manual de pedagogie*. Editura ALL, București, 2001.
- Lupu, C., Săvulescu, D.: *Metodica predării matematicii. Manual pentru clasa a XI-a. Lince pedagogice*. Editura Paralela 45, Pitești, 1998.
- Neagu, M., Beraru, G.: *Activități matematice în grădiniță*. Editura AS'S, Iași, 1995.
- Panțuru, S., Păcurar, D.C.: *Didactica. Curs de pedagogie. Partea a II-a*. Reprografia Universității Transilvania, Brașov, 1997.

Radu, N., Singer, M.: *Matematică pentru clasa a II-a. Ghid pentru învățători și părinți*. Editura Sigma, București, 1994.

Radu, N., Singer, M.: *Matematică pentru clasa a III-a. Ghid pentru învățători și părinți*. Editura Sigma, București, 1995.

Singer, M., Pădureanu, V., Mogoș, M.: *Matematică pentru clasa a IV-a. Ghid pentru învățători și părinți*. Editura Sigma, București, 2000.

Unitatea de învățare nr. 11

EVALUAREA ÎN CADRUL LECȚIILOR DE MATEMATICĂ

Cuprins

Obiectivele unității de învățare.....	106
§11.1. Precizări conceptuale.....	106
§11.2. Tipuri (forme) de evaluare.....	106
§11.3. Evaluarea performanțelor școlare.....	107
§11.4. Metode și tehnici de evaluare a randamentului școlar la matematică.....	108
§11.5. Metodologia elaborării itemilor.....	110
11.5.1. Clasificarea itemilor.....	110
11.5.2. Îndrumări practice, generale pentru elaborarea itemilor.....	110
Test de autoevaluare.....	111
Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	111
Rezumat.....	111
Bibliografie.....	112

Obiectivele unității de învățare

În urma parcurgerii acestei unități de învățare, studenții vor fi capabili:

-să cunoască noul sistem de evaluare în scopul creării unor modalități eficiente de măsurare a nivelului de realizare a obiectivelor noului curriculum;

-să aplice strategiile de evaluare;

-să descrie principalele metode și tehnici de evaluare specifice lecțiilor de matematică;

-să compare metodele de evaluare în raport cu avantajele și limitele specifice;

-să aplice metodologia evaluării randamentului școlar la matematică;

-să conștientizeze importanța evaluării într-un demers didactic la matematică;

-să realizeze practic teste de evaluare didactică la disciplina matematică, ținând cont de indicațiile metodice din această temă.

§11.1. Precizări conceptuale

Câteva sensuri ale conceptului de evaluare mai frecvent întâlnite în literatura de specialitate sunt:

1. Evaluarea = reglare a învățării și predării, adică obținerea de informații despre efectele predării și receptării cunoștințelor.

2. Evaluarea = măsurarea efectelor învățării. Ea constă în aplicarea unor tehnici, probe, pentru a cunoaște efectele acțiunii instructiv-educative. Pot fi măsurate numărul de cunoștințe memorate sau înțelese de elevi, deprinderile și priceperile nou formate, numărul și gravitatea greșelilor în executarea unei activități.

3. Evaluarea = proces de obținere a informațiilor asupra elevului, profesorului, sau asupra programului educativ și de folosire a acestora în scopul formulării unor aprecieri, sau al adoptării unor decizii.

4. Evaluarea = proces de măsurare și apreciere a valorii rezultatelor sistemului de învățământ, sau a unei părți a acestuia a eficienței resurselor și strategiilor folosite, prin compararea rezultatelor cu obiectivele propuse, în vederea luării unor decizii de îmbunătățire..

§11.2. Tipuri (forme) de evaluare

După modul cum se realizează: la începutul, pe parcursul, sau la sfârșitul unei unități de învățare se evidențiază următoarele **forme de evaluare**:

1. evaluarea inițială (predictivă);

2. evaluarea continuă (formativă);

3. evaluarea sumativă (finală).

1. Evaluarea inițială se realizează prin raportare la obiectivele terminale ale capitolului anterior.

Tehnica de evaluare o constituie **proba inițială** sau **predictivă**, care este aplicată la începutul fiecărei unități de conținut.

Evaluarea inițială (predictivă) se realizează la începutul anului școlar, sau al semestrului, sau la trecerea de la un capitol studiat la altul. Permite stabilirea nivelului de dezvoltare și de pregătire și anticipează evoluția elevilor. Sugerează institutorului strategiile didactice care pot fi utilizate. Rezultatele din evaluările inițiale direcționează activitatea institutorului în două planuri:

-modalitatea de predare-învățare a noului conținut (adaptarea strategiilor didactice la posibilitățile de asimilare ale elevilor);

-aprecierea necesității organizării unor programe de recuperare pentru întreaga clasă sau a unor programe diferențiate, menite să aducă elevii la capacitățile necesare abordării unei noi unități de învățare.

2. Evaluarea continuă se realizează pe tot parcursul unității didactice, descriind achizițiile elevului în cursul învățării, în raport cu obiectivele stabilite. Scopul principal al acestui tip de evaluare este acela de a dezvolta la fiecare elev autocunoașterea și încrederea în sine, având, în același timp, caracter diagnostic și recuperativ.

3. Evaluarea sumativă stabilește un bilanț final al unei secvențe de învățare, având drept scop măsurarea nivelului de realizare a obiectivelor operaționale propuse. Se realizează la finalul programului de instruire (sfârșit de unitate de învățare, sfârșit de semestru sau de an școlar). Deoarece această formă de evaluare nu însoțește procesul didactic pas cu pas, nu permite ameliorarea acestuia decât după perioade îndelungate de timp.

§11.3. Evaluarea performanțelor școlare

Scopul principal al evaluării rezultatelor școlare este perfecționarea continuă a procesului de predare-învățare. Pentru a-și îndeplini acest scop, evaluarea trebuie să descrie în mod obiectiv ceea ce pot realiza elevii, să clarifice natura dificultăților pe care aceștia le au în învățare și să indice soluții pentru îmbunătățirea rezultatelor întregului proces.

Evaluarea performanțelor elevilor este necesară pentru:

-cunoașterea nivelului de pregătire al fiecărui elev în scopul organizării eficiente a activității de predare-învățare;

-determinarea nivelului atins de fiecare elev în vederea formării și dezvoltării capacităților cuprinse în obiective;

-evidențierea progresului înregistrat de elev în raport cu sine însuși pe traseul atingerii obiectivelor prevăzute de programă; important este să fie evaluată nu atât cantitatea de informații de care dispune elevul, ci, mai ales, ceea ce poate să facă el, utilizând ceea ce știe sau ceea ce intuiește;

-asigurarea unei informări continue asupra rezultatelor predării-învățării, pentru a preveni la timp dereglările procesului sau pentru a le corecta atunci când ele s-au produs;

-asigurarea unei raportări la standarde naționale pentru a oferi o apreciere corectă a rezultatelor unei promovări reale, pe baza performanțelor obținute, care să asigure continuitatea cu succes a studiilor în clasa următoare;

-raportarea activității institutorului la obiectivele vizate prin programă; autoaprecierea muncii proprii;

-stabilirea unor criterii unitare și obiective de evaluare a activității institutorului în raport cu obiectivele programei de către factorii de îndrumare și control: directori, metodiști, inspecți școlari.

Pentru ca evaluarea progresului școlar al elevilor să-și atingă scopurile propuse, o serie de acțiuni de ordin strategic și practic devin necesare:

-înlocuirea evaluării oarbe, exprimate prin cifre sau corecturi nerelevante pentru determinarea stadiului atins de elev în formarea unor capacități și, prin urmare, nerelevante pentru depistarea și eliminarea blocajelor, cu evaluarea calitativă, de tip descriptiv, realizată pe baza descriptorilor de performanță, ce oferă datele necesare reglării procesului de învățare;

-înlocuirea probelor de evaluare clasice, vizând evaluarea cantității de informații memorate, ce permit un grad înalt de subiectivitate, cu teste de evaluare compuse din itemi bine structurați, ce asigură o evaluare obiectivă nu numai a informațiilor acumulate de elevi, ci și a deprinderilor, a capacităților intelectuale și a trăsăturilor de personalitate – aspecte care constituie rezultatul cel mai important al activității școlare;

-modificarea raportului dintre evaluarea sumativă, care inventariază, selectează și ierarhizează prin notă, și evaluarea formativă, ce are drept scop valorificarea la maximum a potențialului intelectual de care dispun elevii și conduce la perfecționarea continuă a stilului și a metodelor proprii de învățare;

-restabilirea echilibrului dintre evaluarea scrisă și evaluarea orală care, deși presupune un volum mare de timp pentru aprecierea tuturor elevilor și blocaje datorate emoției sau timidității, prezintă avantaje deosebite, precum: realizarea interacțiunii elev-institutor, demonstrarea stadiului de formare a unor capacități sau competențe prin intervenția institutorului cu întrebări ajutătoare, demonstrarea comportamentului comunicativ și de interrelaționare a elevului, evaluarea de ordin atitudinal-comportamental, evidențierea unor trăsături de personalitate etc.;

-folosirea cu o mai mare frecvență a metodelor de autoevaluare și de evaluare prin consultare în grupuri mici, vizând verificarea modului în care elevii își exprimă liber opinii proprii sau acceptă cu toleranță opiniile celorlalți, modul cum utilizează în practica vorbirii formulele de inițiere, de menținere și de încheiere a unui dialog sau capacitatea de a-și susține și motiva propunerile.

§11.4. Metode și tehnici de evaluare a randamentului școlar la matematică

Metodele tradiționale utilizate în evaluarea rezultatelor școlare sunt: examinarea orală, examinarea prin probe scrise, examinarea prin probe practice, textul decimologic.

Metodele alternative utilizate în evaluarea rezultatelor școlare sunt: observarea sistematică a comportamentului de învățare al elevilor, investigația, proiectul, portofoliul, autoevaluarea.

Programa școlară reprezintă instrumentul didactic principal care descrie condițiile dezirabile pentru reușita învățării, exprimate în termeni de obiective, conținuturi și activități de învățare. Ea descrie oferta educațională a unei anumite discipline pentru un parcurs școlar determinat.

Obiectivele de referință specifică rezultatele așteptate ale învățării și urmăresc achiziția progresivă a cunoștințelor și a competențelor, de la un an de studiu la altul. Aceste obiective sunt exprimate în termeni de posibilitate.

În activitatea de evaluare, obiectivele de referință ale programei sunt transformate în **descriptori de performanță**, exprimați în termeni de realizare.

Aplicarea descriptorilor de performanță nu înseamnă înlocuirea pur formală a notei tradiționale cu un calificativ care urmărește numai ierarhizarea rezultatelor școlare obținute de elevi. Perceput astfel, noul sistem de apreciere a rezultatelor școlare prin calificative nu ar servi cu nimic sensului pozitiv al reformei din acest domeniu, care este trecerea de la o evaluare pur cantitativă și nesemnificativă, la o evaluare calitativă, de tip descriptiv, care să se constituie cu adevărat într-un factor activ, reglator, generator de progres școlar.

Pentru înțelegerea noului concept de evaluare, fiecare activitate de evaluare a rezultatelor școlare trebuie însoțită, în mod sistematic, de o **autoevaluare a procesului** pe care institutorul l-a desfășurat cu toți elevii și cu fiecare elev în parte, pentru obținerea rezultatelor școlare evidențiate prin evaluare. Numai astfel poate fi descris nivelul de formare al fiecărui elev și pot fi stabilite modalitățile prin care va fi reglată, de la o etapă la alta, activitatea de învățare-formare a elevilor în mod diferențiat, pentru ca toți cei cu o dezvoltare intelectuală normală să poată atinge, în final, **standardele de performanță curriculare**.

Cu alte cuvinte, calificativele: **excelent, foarte bine, bine și suficient**, menționate în descriptorii, ca și calificativul **insuficient** trebuie **traduse** de institutor în termeni care să-i ghideze reglarea procesului de predare-învățare:

- **excelent** = capacitate/competență constituită stabil, capabilă de autodezvoltare;
- **foarte bine** = capacitate/competență formată;
- **bine** = capacitate/competență care necesită antrenament pentru consolidare;
- **suficient** = capacitate/competență aflată în curs de formare;
- **insuficient** = capacitate/competență nerealizată.

Noul sistem de evaluare a rezultatelor învățării la matematică urmează să se constituie într-un act unitar și coerent care să ofere tuturor elevilor, indiferent de specificul unității școlare sau de manualul alternativ după care lucrează, repere la care aceștia să-și poată raporta nivelul de performanță atins în învățare. Ținând seama de acest principiu important, toate instrumentele de evaluare: **matricele de evaluare, descriptorii de performanță, probele de evaluare**, sunt derivate din **obiectivele-cadru** și din **obiectivele de referință** ale curriculum-ului școlar. În proiectarea evaluării, se trece de la obiectivele de referință ale programei la descrierea lor în termeni de competențe realizabile, cuprinse în **descriptorii de performanță**.

Descriptorii de performanță pot fi utilizați pentru evaluarea și aprecierea rezultatelor școlare la toate formele sau probele de evaluare, orale sau scrise, proiectate în matrice. Aceștia se pot adapta atât la conținuturile de învățare evaluate, cât și la tipul de probă de evaluare administrativă.

Tipul probelor (metodelor) de evaluare se selectează în funcție de doi parametri: **obiectivul-cadru** vizat și **competențele** pe care institutorul își propune să le formeze la elevi în cadrul procesului de predare-învățare, pentru a asigura atingerea obiectivelor. Corelația dintre competențele evaluate și instrumentele folosite pentru a realiza această evaluare este redată sintetic în **matricele de evaluare**.

Pentru a asigura eficiența activității de evaluare a rezultatelor școlare este necesar ca aceasta să fie însoțită de o **autoevaluare a procesului** pe care institutorul l-a desfășurat cu toți elevii și cu fiecare elev în parte în scopul obținerii rezultatelor școlare evidențiate prin evaluare. Numai astfel poate fi descris nivelul achizițiilor fiecărui elev în învățare și pot fi stabilite modalitățile prin care va fi reglată, de la o etapă la alta, învățarea-formarea elevilor în mod diferențiat, astfel încât toți cei cu o dezvoltare intelectuală normală să poată atinge, în final, **standardele curriculare de performanță**.

Standardele curriculare de performanță pentru școala primară reprezintă o descriere sintetică a nivelului de competențe recomandate a fi dobândite de elevi până la sfârșitul clasei a IV-a.

În condițiile existenței unor standarde curriculare de performanță, obligația institutorului este ca:

-să asigure atingerea nivelului minim de către toți elevii;

-să creeze condițiile ca fiecare elev să avanseze cât mai mult, în funcție de posibilitățile și disponibilitățile sale, către nivelul achizițiilor dezirabile, exprimate în documentele curriculare în

termeni de performanță optimă.

În scopul asigurării unei corectitudini a rezultatelor evaluării, instrumentele de evaluare (probe) trebuie să se caracterizeze prin: validitate (calitatea de a măsura ceea ce este destinat să măsoare), fidelitate (calitatea de a da rezultate constante în cursul aplicării succesive), obiectivitate (gradul de concordanță între aprecierile făcute de evaluatori diferiți), aplicabilitate (calitatea de a fi ușor administrată și interpretată).

§11.5. Metodologia elaborării itemilor

11.5.1. Clasificarea itemilor

Informațiile despre felul cum au învățat și ce au învățat elevii, se colectează cu ajutorul unor tehnici și instrumente de evaluare. Acestea sunt: probe, chestionare, teste de evaluare care se compun din unul sau mai mulți itemi.

Itemii reprezintă elemente componente ale unui instrument de evaluare și pot fi: simple întrebări, un enunț urmat de o întrebare, exerciții, eseuri. Itemii mai conțin și tipul de răspuns așteptat, deci: **item = întrebare + răspuns.**

În construirea itemilor se parcurg următoarele **etape**:

- precizarea disciplinei de studiu, a clasei și a capitolului;
- definirea obiectivului pe care itemul îl măsoară;
- formularea enunțului itemului;
- schema de notare;
- observații (acolo unde este cazul).

Din punct de vedere al tipului de răspuns așteptat și al gradului de obiectivitate a notării, itemii se împart în:

1. Itemi obiectivi:
 - itemi tip pereche;
 - itemi cu alegere duală;
 - itemi cu alegere multiplă.
2. Itemi semiobiectivi:
 - itemi cu răspuns scurt;
 - întrebări structurate.
3. Itemi cu răspuns deschis:
 - itemi tip rezolvare de probleme;
 - eseu structurat;
 - eseu nestructurat.

11.5.2. Îndrumări practice, generale pentru elaborarea itemilor

Itemii verifică un eșantion reprezentativ al domeniului de evaluat atât din punct de vedere al conținutului cât și al comportamentului solicitat. În elaborarea lor se utilizează un limbaj precis și clar. Itemii sunt independenți unul față de altul. Răspunsul la un item nu trebuie să depindă de răspunsul la alt item.

Itemi de tip pereche

Le solicită elevilor stabilirea unor corespondențe între informațiile distribuite pe două coloane. Informațiile din prima coloană se numesc **premize**, iar cele din a doua coloană se numesc **răspunsuri**.

Acest tip de itemi urmăresc dezvoltarea puterii de asociere în gândirea elevilor.

Se pot asocia:

- exerciții – rezultatele acestora;
- termeni – definiții, etc.

Itemi cu alegere dublă

Oferă elevului posibilitatea să aleagă răspunsul corect din două alternative: adevărat-fals; da-nu; corect-incorect.

Itemi cu alegere multiplă

Pe baza unui enunț se cere elevului să aleagă răspunsul corect sau cea mai bună alternativă dintr-o listă de răspunsuri alternative.

Itemi cu răspuns scurt

Solicită elevilor formularea răspunsului sub forma unui cuvânt, propoziție, număr, cerința fiind de tip întrebare directă.

Modalități de utilizare:

- se dă elevului o definiție și i se cere să scrie numele conceptului definit;
- se dă un concept și i se cere să-l definească;
- se dă un concept și i se cere să enumere caracteristicile sale;
- se cere elevilor să adauge cuvântul ce lipsește dintr-o definiție.

Întrebări structurate

Sunt formate din mai multe subîntrebări de tip obiectiv sau semiobiectiv, legate între ele printr-un element comun.

Itemi cu răspuns deschis

Oferă elevilor posibilitatea de a formula o descriere, a prezenta sau a explica diferite concepte, relații, metode de rezolvare.

Tipuri de itemi cu răspuns deschis:

- rezolvarea de probleme;
- eseu structurat;
- eseu liber.

Itemi de tip eseu

Itemul de tip eseu cere elevului să construiască, să producă un răspuns liber în conformitate cu un set de cerințe date.

Test de autoevaluare

1. Construiți o probă de evaluare predictivă pentru un capitol la alegere din matematica clasei a IV-a.
2. Construiți o probă de evaluare formativă pentru o lecție la alegere din capitolul ales anterior.
3. Pentru capitolul ales construiți o probă de evaluare sumativă.

Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

Resurse necesare:

***Manualele școlare (în vigoare) de matematică pentru clasele I-IV.

***Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului, Consiliul Național pentru Curriculum. Programe școlare pentru învățământul primar, revizuite. București, 2003(I,II), 2004(III), 2005(IV).

***SNEE, CNC, Descriptori de performanță pentru învățământul primar, Editura ProGnosis.

Rezumat

Această temă este dedicată dobândirii unor cunoștințe referitoare la metodologia evaluării la matematică. După precizarea conceptului de evaluare sunt date câteva repere privind tipuri de

evaluare. Sunt prezentate metodele și tehnicile de evaluare a randamentului școlar la matematică. Este analizată de asemenea și metodologia elaborării itemilor.

Bibliografie

Cristea, S.: *Dicționar de termeni pedagogici*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1998.

Manolescu, M.: *Evaluarea școlară-metode, tehnici și instrumente*, Editura METEOR PRESS, 2005.

Neacșu, I. (coordonator): *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1988.

Panțuru, S., Păcurar, D.C.: *Didactica. Curs de pedagogie. Partea a II-a*. Reprografia Universității Transilvania, Brașov, 1997.

Radu, I.: *Evaluarea în procesul didactic*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 2000.

****Manualele școlare (în vigoare) de matematică pentru clasele I-IV*.

***Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului, Consiliul Național pentru Curriculum. Programe școlare pentru învățământul primar, revizuite. București, 2003(I,II), 2004(III), 2005(IV).

***SNEE, CNC, Descriptori de performanță pentru învățământul primar, Editura ProGnosis.

Unitatea de învățare nr. 12

ELEMENTE DE PROIECTARE DIDACTICĂ LA MATEMATICĂ

Cuprins

Obiectivele unității de învățare.....	113
§12.1. Conceptul de proiectare didactică.....	113
§12.2. Elemente de proiectare didactică.....	113
12.2.1. Manualele școlare alternative.....	114
12.2.2. Lectura personalizată a programelor școlare de matematică.....	117
12.2.3. Planificarea calendaristică.....	117
12.2.4. Proiectarea unităților de învățare.....	118
12.2.5. Proiectul de lecție.....	119
Test de autoevaluare.....	120
Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	120
Lucrare de verificare.....	120
Rezumat.....	120
Bibliografie.....	120

Obiectivele unității de învățare

În urma parcurgerii acestei unități de învățare, studenții vor fi capabili:

- să realizeze proiectarea unei unități de învățare, la matematică;
- să realizeze proiecte de lecție la matematică;
- să conștientizeze importanța proiectării didactice la matematică.

§12.1. Conceptul de proiectare didactică

Proiectarea didactică este o activitate complexă, un proces de anticipare a ceea ce dorește institutorul să realizeze împreună cu elevii săi în cadrul unei lecții, sistem de lecții, temă, capitol sau pe parcursul întregului an școlar, pentru realizarea obiectivelor programei.

Proiectarea didactică cuprinde totalitatea acțiunilor și operațiilor angajate în cadrul activității didactice pentru realizarea finalităților asumate la nivel de sistem și de proces, în vederea asigurării funcționării optime a acestora. În cadrul activității de proiectare didactică sunt cuprinse: definirea anticipată a obiectivelor, conținuturilor, strategiilor învățării, probelor de evaluare și a relațiilor dintre acestea, în condițiile induse de un anumit mod de organizare a procesului de învățământ, fiind conectate de asemenea activitățile de planificare și programare a instruirii.

Pe scurt, **proiectarea didactică** reprezintă activitatea desfășurată de institutor ce constă în anticiparea etapelor și a acțiunilor concrete de realizare a predării.

§12.2. Elemente de proiectare didactică

Proiectarea didactică cuprinde următoare produse, care pot fi delimitate după cele două niveluri ale sistemului educațional:

I. La nivel macro:

- planurile de învățământ;
- programele pe discipline;
- manualele școlare;
- ghidurile metodologice.

II. La nivel micro (realizată de cadrul didactic):

- lectura personalizată a programelor școlare la matematică;

- proiectarea activității anuale sau calendaristice;
- proiectarea unităților de învățare;
- proiectarea lecțiilor specifice fiecărei unități de învățare.

12.2.1. Manualele școlare alternative.

Apariția manualelor alternative pe piața cărții didactice nu este un fapt de marketing, ci o componentă a reformei învățământului inițiată de Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului și realizată cu pasiune și profesionalism de către dascăli, prin munca de elaborare a manualelor sau a altor lucrări auxiliare, bazate pe practica didactică.

Manualele alternative:

- se constituie într-o abordare sistemică, eficientă a procesului de predare-învățare;
- se caracterizează prin formule grafice foarte atractive;
- se impun prin coerență pedagogică, obținută prin “decuparea” unităților, echilibrarea informațiilor, a exercițiilor și instrumentelor de control.

Organizarea fiecărui capitol este ușor de recunoscut datorită unor simboluri grafice prezentate într-o prefață, cu care încep manualele. Tot aici se explică, într-un limbaj simplu, modul în care poate fi folosită lucrarea.

Accesul elevului la gândirea matematică este facilitat prin explicații clare, reguli și recomandări care vin să-l sprijine în înțelegerea noțiunilor noi și fixarea celor însușite.

Temele și lecțiile din manuale sunt organizate foarte clar:

- o situație practică ce oferă cadrul noțiunii de învățat; elevul este îndemnat să observe, să repete procedeul, să stabilească o concluzie pe care apoi o verifică urmărind notațiile, rezultatul observației;

-situații de învățare ordonate de la simplu la complex, prin care elevului i se formează deprinderi de calcul sau de rezolvare a problemelor; cerințe de învățare care integrează noțiunea în sistemul general de cunoștințe matematice;

- o regulă, o concluzie, observație sau convenție subliniate grafic;

-jocuri sau curiozități matematice.

În lecțiile de recapitulare, de aplicare a testului se restructurează noțiunile, conceptele formate, mai mulți termeni matematici utilizați sunt notați, apoi integrați într-un sistem coerent de cerințe; elevul este îndemnat să folosească la unele manuale “Dicționarul matematic în imagini”.

În cazul unor manuale, fiecare capitol este încheiat cu “Probleme mai dificile, dar frumoase”.

Organizarea lecțiilor (de predare-învățare, recapitulare, evaluare) oferă lucrărilor o durabilitate deosebită și posibilități de educare a elevului în spiritul colectivității.

Manualele alternative pun în valoare experiența bogată a învățământului românesc, dar și pe cea a școlii primare din diferite țări ale lumii. Era firesc ca în aceste condiții manualul să conțină informații mai noi sau altfel structurate, să solicite cât mai mult spiritul creativ al elevului, să mobilizeze la rezolvarea problemelor cu o soluție sau cu mai multe soluții, la discuția cu privire la cazurile când o problemă are soluție sau nu și în final înțelegerea faptului că învățământul distribuie cunoștințele copiilor și tinerilor cu scopul realizării unei “bătăi lungi” în conținutul matematicii și al capacității aplicării acesteia în practica prezentă și viitoare.

Prezentăm în cele ce urmează un studiu comparativ al unor manuale alternative în vigoare, pentru disciplina matematică, la clasa a IV-a.

Nr. crt.	Titlu: Matematică- manual pentru clasa a IV-a					
	<i>Mihaela Singer Ed.Sigma 2006</i>	<i>Gheorghe Cătrună Liliana Cătrună EDP R.A.,2006</i>	<i>Ștefan Pacearcă Mariana Mogoș Ed. Aramis 2006</i>	<i>Rodica Chiran Ed.Aramis 2006</i>	<i>Victoria Pădureanu Eugenia Crețoi Ed.Vox 2006</i>	<i>Marinela Chiriac Doina Burțilă Ana Boșoagă Ed.Tiparg2006</i>
1.	Format mic	Format mic	Format mare<A4	Format mare<A4	Format mare<A4	Format A4
2.	Are dicționar matematic	Nu are dicționar matematic	Are dicționar matematic	Nu are dicționar matematic	Nu are dicționar matematic	Nu are dicționar matematic
3.	Are cuprins	Are cuprins	Are cuprins	Are cuprins	Are cuprins + îndrumări de proiectare pentru institutor	Are cuprins + îndrumări de proiectare pentru învățător
4.	Conținuturi intercalate	Conținuturile din programă sunt urmate fidel	Conținuturi intercalate	Conținuturile din programă sunt urmate fidel	Conținuturile din programă sunt urmate fidel	Conținuturile din programă sunt urmate fidel
5.	Recapitulare finală	Recapitulare finală+teste finale	Recapitulare finală+teste finale	Recapitulare finală+teste finale	Recapitulare finală+teste finale	Recapitulare finală+teste finale
6.	Recapitulare la început de an	Recapitulare la început de an	Recapitulare la început de an	Recapitulare la început de an	Recapitulare la început de an	Recapitulare la început de an
7.	Unitatea de învățare este încheiată prin R-E-sporim performanțele	Unitatea de învățare este încheiată prin R-E	Unitatea de învățare este încheiată prin R-E-recuperare+dezvoltare	Unitatea de învățare este încheiată prin R-E	Unitatea de învățare este încheiată prin R-E pe două rânduri	Unitatea de învățare este încheiată prin R-E-recuperare+dezvoltare
8.	Evaluare cu descriptori cantitativi	Evaluare fără descriptori	Evaluare cu descriptori cantitativi	Evaluare cu descriptori cantitativi pe itemi	Evaluare cu descriptori cantitativi	Evaluare cu descriptori cantitativi+autoevaluare
9.	Fără observații metodice	Fără observații metodice	Fără observații metodice	Fără observații metodice	Fără observații metodice	Fără observații metodice
10.	Pagini aglomerate și viu colorate	Pagini aglomerate și viu colorate	Organizare clară a paginii	Organizare clară a paginii	Organizare clară a paginii	Pagini aglomerate și viu colorate
11.	Unitățile de învățare sunt structurate pe teme transdisciplinare	Unitățile de învățare au conținutul specificat la	Nu are unități de învățare specificate. Conținuturile se succed sub formă de titluri.	Nu are unități de învățare specificate. Conținuturile se	Unitățile de învățare au conținutul specificat la începutul lor	Unitățile de învățare au conținutul specificat la începutul lor

		începutul lor		succed sub formă de titluri.		
12.	Manualul este însoțit de auxiliare. -caiet -CD cu jocuri didactice -ex de fixare, antrenament și dezvoltare -documentele înv.	Manualul nu este însoțit de auxiliare (nu se specifică)	Manualul nu este însoțit de auxiliare (nu se specifică)	Manualul nu este însoțit de auxiliare (nu se specifică)	Manualul nu este însoțit de auxiliare (nu se specifică)	Manualul nu este însoțit de auxiliare (nu se specifică)
13.	Se explică pictogramele care însoțesc conținuturile	Nu are pictograme ci benzi cu explicații scrise	Nu are pictograme ci benzi cu explicații scrise	Nu are pictograme ci benzi cu explicații scrise	Se explică pictogramele care însoțesc conținuturile	Are pictograme explicate pe parcurs în benzi scrise
14.	Singura formă de joc este „Concurs” cu lucru în echipă și proiecte.	Nu are activități de joc, concurs sau lucru în echipă	Există o singură formă de joc.	Are activități în echipă, joc premiu după evaluările sumative, concursuri pe echipe	Are activități cu cerințe de lucru în perechi, grupe sau individual, jocuri matematice, cercul isteților, ateliere, proiecte, portofoliu și jocuri de creație	Are activități cu cerințe de lucru în perechi.
15.	Are conținuturi cu grad sporit de dificultate după evaluările sumative (Sporim performanțele)	Nu are conținuturi cu grad sporit de dificultate (*)	Are conținuturi pentru dezvoltare la sfârșitul evaluărilor sumative.	Nu are conținuturi cu grad sporit de dificultate (*)	Are conținuturi cu grad sporit de dificultate „Cercul isteților”	Are conținuturi pentru dezvoltare la sfârșitul evaluărilor sumative.
16.	Debutează în studiul fracțiilor doar prin observarea imaginilor.	Debutează în studiul fracțiilor prin lucrul concret cu materialul sub formă de atelier.	Debutează în studiul fracțiilor prin repetarea a trei noțiuni cunoscute:doime,treime, pătrime dar nu solicită lucrul concret.	Debutează în studiul fracțiilor prin lucrul concret cu materialul (fructe, pâine)	Debutează în studiul fracțiilor doar prin observarea imaginilor.	Debutează în studiul fracțiilor prin lucrul concret cu materialul.

12.2.2. Lectura personalizată a programelor școlare de matematică.

În contextul noului Curriculum Național, conceptul central al proiectării didactice este demersul didactic personalizat, iar instrumentul acestuia este unitatea de învățare.

Demersul didactic personalizat exprimă dreptul institutorului precum și al autorului de manual, de a lua decizii asupra modalităților pe care le consideră optime în creșterea calității procesului de învățământ, respectiv, răspunderea personală pentru a asigura elevilor un parcurs școlar individualizat, în funcție de condiții și cerințe concrete.

Predarea-învățarea matematicii la clasele I-IV presupune mutarea accentului de pe achiziționarea de informații, pe formarea de capacități. În aceste condiții noul Curriculum Național asociază în mod personalizat elementele programei (obiective de referință, conținuturi, activități de învățare) cu alocarea de resurse (procedurale, materiale, temporale), considerate a fi optime de către institutor.

Deoarece actualele programe școlare sunt centrate pe obiective, ele nu mai asociază conținuturilor științifice resursele temporale și nici succesiunea obligatorie a acestora, crescând astfel rolul institutorului în conceperea și organizarea activității didactice.

Programa școlară, element central în realizarea proiectării didactice, reprezintă un document reglator, stabilind obiective care trebuie realizate indiferent de manualul alternativ utilizat (manualul fiind un mijloc de realizare a obiectivelor prevăzute de programă).

În programa școlară, fiecărui obiectiv cadru îi sunt asociate obiective de referință. Atingerea acestora se realizează cu ajutorul conținuturilor, care se regăsesc la sfârșitul programei. Institutorul poate opta pentru folosirea activităților de învățare recomandate prin programă sau poate propune alte activități adecvate condițiilor concrete din clasă (exemplele din programă au caracter orientativ, utilizarea lor în procesul didactic nefiind obligatorie).

12.2.3. Planificarea calendaristică

Conform noului Curriculum Național, planificarea calendaristică/semestrială este un document administrativ, care asociază într-un mod personalizat elemente ale programei (obiective de referință și conținuturi), cu alocarea de timp considerată optimă de către cadrul didactic, pe parcursul unui an școlar/semestru (din disponibilitățile de timp alocate prin numărul de ore săptămânal cu care este prevăzută disciplina în planul de învățământ).

Planificarea calendaristică/semestrială se realizează parcurgând următoarele etape:

- realizarea asocierilor între obiectivele de referință și conținuturi în unități de învățare;
- stabilirea succesiunii de parcurgere a unităților de învățare;
- alocarea timpului considerat necesar pentru fiecare unitate de învățare în concordanță cu obiectivele de referință/competențele vizate și conținuturile delimitate.

Planificările calendaristice pot fi întocmite pornind de la următoarea rubricație:

Școala.....	Cadrul didactic.....
Disciplina.....	Clasa.....
Aria curriculară.....	Disciplină cu nr.ore pe săptămână....
	An școlar.....

Planificarea calendaristică

Unitatea de învățare	Obiective de referință/ competențe specifice	Conținuturi	Nr. ore alocate	Săptămâna	Observații

Precizări privind completarea tabelului:

-în rubrica referitoare la “unitatea de învățare” se vor trece titluri (teme) stabilite de către institutor;

-în rubrica referitoare la “obiective de referință” se vor trece numerele acestora din programa școlară;

-în rubrica referitoare la “conținuturi” se vor trece cele extrase din lista de conținuturi ale programei;

-în rubrica referitoare la “nr. ore alocate” se va trece numărul de ore alocate stabilit de cadrul didactic în funcție de obiectivele vizate, conținuturile de parcurs și specificul clasei cu care se lucrează, în limitele numărului de ore alocate prin planul de învățământ;

-în rubrica referitoare la “observații” se vor trece, de-a lungul anului, modificări determinate de aplicarea efectivă a programei în scopul îmbunătățirii demersului didactic.

12.2.4. Proiectarea unităților de învățare.

Elementul generator al planificării calendaristice este unitatea de învățare, astfel proiectarea la nivelul unității de învățare reprezintă o etapă de bază a organizării demersului didactic.

Unitatea de învățare reprezintă o structură didactică deschisă și flexibilă care are următoarele **caracteristici**:

-determină formarea la elevi a unui comportament specific, generat de integrarea unor obiective de referință;

-este unitară din punct de vedere tematic;

-se desfășoară în mod sistematic și continuu pe o perioadă de timp;

-se finalizează prin evaluare sumativă.

În condițiile noului Curriculum Național, institutorul poate grupa teme în unități de învățare, poate recurge la adăugiri, omiteri, adaptări, înlocuiri a materialelor suport oferite de manualele alternative.

Proiectarea pe unități de învățare are următoarele **avantaje**:

-crează un mediu de învățare coerent pe termen mediu și lung;

-implică elevii în proiecte de învățare personală cu accent pe explorare și reflecție;

-oferă institutorului posibilitatea adaptării demersului didactic-aplicativ la ritmul propriu de învățare al elevilor;

-presupune o viziune de ansamblu, unitară asupra conținuturilor care urmează a fi abordate în actul de predare-învățare-evaluare.

Proiectarea unei unități de învățare este **algoritmă**, conținând următorii pași:

-identificarea obiectivelor (În ce scop voi face?);

-selectarea conținuturilor (Ce voi face?);

-analiza resurselor (Cu ce voi face?);

-determinarea activităților de învățare (Cum voi face?);

-stabilirea instrumentelor de evaluare (Cât s-a realizat?).

Rubricația unui proiect al unei unități de învățare este:

Școala.....

Cadrul didactic.....

Disciplina.....

Clasa.....

Unitatea de învățare.....

Disciplină cu nr.ore pe săptămână....

An școlar.....

Proiectul unității de învățare

Conținuturi (detaliere)	Obiective de referință/ competențe specifice	Obiective operaționale	Activități de învățare	Strategii didactice	Evaluare

Precizări privind completarea tabelului:

-în rubrica referitoare la “conținuturi” se vor trece inclusiv detalieri de conținut induse de alegerea unui anumit parcurs;

-în rubrica referitoare la “obiective de referință” se vor trece numerele acestora din planificarea calendaristică/programele școlare;

-în rubrica referitoare la “obiective operaționale” se vor trece cele deduse din fiecare obiectiv de referință;

-în rubrica referitoare la “activități de învățare” se vor trece activități care pot fi cele din programele școlare, sau altele, pe care institutorul le consideră potrivite pentru atingerea obiectivelor propuse;

-în rubrica referitoare la “strategii didactice” se vor trece resursele procedurale (metode și procedee), materiale (mijloace de învățământ) și temporale, forme de organizare a clasei;

-în rubrica referitoare la “evaluare” se vor trece instrumentele sau modalitățile de evaluare utilizate la clasă.

Fiecare unitate de învățare se încheie cu o evaluare sumativă, pentru a măsura ce s-a realizat în raport cu ceea ce s-a propus.

12.2.5. Proiectul de lecție.

Proiectarea pe unități de învățare nu conține suficiente elemente pentru a oferi o imagine completă asupra fiecărei activități didactice. Din acest motiv este necesară proiectarea fiecărei activități didactice, lecția trebuind să fie înțeleasă ca o componentă operațională pe termen scurt a unității de învățare.

Lecția trebuie să asigure realizarea unor obiective operaționale precis formulate, subordonate obiectivelor de referință, măsurabile pe parcursul sau în finalul lecției.

Proiectul de lecție nu reprezintă decât o variantă aleasă de către institutor, în aplicarea căreia trebuie să dovedească flexibilitate.

Proiectul de lecție trebuie să conțină:

-date de identificare: data, clasa, școala, institutorul, disciplina (matematica);

-datele pedagogice ale lecției: subiectul lecției, tipul lecției (dobândire de noi cunoștințe, formare de priceperi și deprinderi, recapitulare și sistematizare, evaluare), obiectivele de referință, obiectivele operaționale, strategii didactice folosite, bibliografia;

-desfășurarea lecției care conține: eșalonarea în timp a situațiilor de învățare (etapele lecției), obiectivele operaționale urmărite, conținuturile, strategiile didactice și modalitățile de evaluare pentru fiecare etapă în parte.

Tabelul de specificarea corespondențelor este următorul:

Eșalonarea în timp a situațiilor de învățare	Obiective operaționale	Activitatea		Strategia didactică					
		cadrlui didactic	elevilor	Resurse			Forma de org	Evaluare	Indici de performanță
				procedurale	materiale	temporale			
Moment organizatoric									
Verificarea temei de casă și a pregătirii elevilor									
Captarea atenției									
Anunțarea temei și a obiectivelor									
Prezentarea situației de învățare. Dirijarea învățării									

Asigurarea feedback-ului									
Realizarea performanței									
Retenție/tema de casă									

Test de autoevaluare

1. Realizați un proiect, la alegere, al unei unități de învățare din matematica clasei a IV-a.

Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

1. Revedi 12.2.4. (Proiectarea unităților de învățare).

Lucrare de verificare 4

1. Realizați un proiect de lecție -la alegere, dintr-o unitate de învățare -la alegere, din matematica clasei a IV-a.

Sugestii pentru acordarea punctajului

Oficiu:	10 puncte
Stabilirea corectă și corelarea tipului de lecție cu obiectivele și strategiile didactice de învățare și evaluare:	30 puncte
Reflectarea, în desfășurarea lecției a etapelor unei lecții de matematică de tipul precizat:	40 puncte
Alegerea adecvată a instrumentelor de evaluare:	20 puncte

Rezumat

Această temă are ca scop familiarizarea cu metodologia proiectării didactice la matematică. Este definit conceptul de „proiectare didactică”. Sunt analizate manualele alternative la matematică, fiind prezentat și un studiu comparativ al manualelor de matematică pentru clasa a IV-a. Sunt descrise produsele proiectării didactice la nivel micro: planificarea calendaristică, proiectarea unităților de învățare și proiectul de lecție.

Bibliografie

Ana, D., Ana, M.L., Logel, D., Logel-Stroescu, E., : *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*. Editura CARMINIS, Pitești, 2005.

Atanasiu, Gh., Purcaru, M.A.P.: *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*, Editura Universității „Transilvania” din Brașov, 2002.

Manolescu, M.: *Curriculum pentru învățământul primar și preșcolar. Teorie și practică*, Universitatea din București, Editura CREDIS, 2004.

Panțuru, S.: *Proiectarea didactică în teoria și metodologia instruirii și teoria și metodologia evaluării*, Universitatea „Transilvania” din Brașov, 2006.

Roșu, M.: *Didactica matematicii în învățământul primar*, MEC, Unitatea de Management a Proiectului pentru Învățământul Rural, 2007.

Singer, M., Neagu, M. și colab.: *Ghid metodologic pentru aplicarea programelor de matematică primar-gimnaziu*, Aramis Print SRL, București, 2001.

****Manualele școlare (în vigoare) de matematică pentru clasele I-IV*.

***Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului, Consiliul Național pentru Curriculum. Programe școlare pentru învățământul primar, revizuite. București, 2003(I,II), 2004(III), 2005(IV).

***SNEE, CNC, Descriptori de performanță pentru învățământul primar, Editura ProGnosis.

BIBLIOGRAFIE

- Ana, D., Ana, M.L., Logel, D., Logel-Stroescu, E., : *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*. Editura CARMINIS, Pitești, 2005.
- Aron, I.: *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1975.
- Atanasiu, Gh., Purcaru, M.A.P.: *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*, Editura Universității „Transilvania” din Brașov, 2002.
- Brânzei, D., Brânzei, R.: *Metodica predării matematicii*. Editura Paralela 45, Pitești, 2000.
- Bulboacă, M., Alecu, M.: *Metodica activităților matematice în grădiniță și clasa I*. Editura Sigma, București, 1996.
- Cristea, S.: *Dicționar de termeni pedagogici*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1998.
- Jinga, I., Istrate, E.: *Manual de pedagogie*. Editura ALL, București, 2001.
- Lupu, C.: *Metodica predării matematicii. Manual pentru clasa a XII-a. Licee pedagogice*. Editura Paralela 45, Pitești, 1999.
- Lupu, C., Săvulescu, D.: *Metodica predării matematicii. Manual pentru clasa a XI-a. Licee pedagogice*. Editura Paralela 45, Pitești, 1998.
- Lupu, C., Săvulescu, D.: *Metodica predării matematicii. Manual pentru clasa a XI-a. Licee pedagogice*. Editura Paralela 45, Pitești, 2000.
- Manolescu, M.: *Evaluarea școlară-metode, tehnici și instrumente*, Editura METEOR PRESS, 2005.
- Manolescu, M.: *Curriculum pentru învățământul primar și preșcolar. Teorie și practică*, Universitatea din București, Editura CREDIS, 2004.
- Neacșu, I.: *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1988.
- Neagu, M., Beraru, G.: *Activități matematice în grădiniță*. Editura AS’S, 1995.
- Păduraru, V.: *Activități matematice în învățământul preșcolar*. Editura Polirom, Iași, 1999.
- Panțuru, S.: *Proiectarea didactică în teoria și metodologia instruirii și teoria și metodologia evaluării*, Universitatea „Transilvania” din Brașov, 2006.
- Panțuru, S., Păcurar, D.C.: *Didactica. Curs de pedagogie. Partea a II-a*. Universitatea Transilvania din Brașov, 1997.
- Radu, I.: *Evaluarea în procesul didactic*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 2000.
- Radu, N., Singer, M.: *Matematică pentru clasa a II-a. Ghid pentru învățători și părinți*. Editura Sigma, București, 1994.
- Radu, N., Singer, M.: *Matematică pentru clasa a III-a. Ghid pentru învățători și părinți*. Editura Sigma, București, 1995.
- Rafailă, E., Țugui, L., Jurebie, S., Apostol, V.: *Modele orientative de lucru cu preșcolarii*. Editura ALL, București, 1999.
- Roșu, M.: *Metodica predării matematicii pentru colegiile universitare de institutori*, Universitatea din București, Editura CREDIS, 2004.
- Roșu, M.: *Didactica matematicii în învățământul primar*, MEC, Unitatea de Management a Proiectului pentru Învățământul Rural, 2007.
- Singer, M., Neagu, M. și colab.: *Ghid metodologic pentru aplicarea programelor de matematică primar-gimnaziu*, Aramis Print SRL, București, 2001.
- Singer, M., Pădureanu, V., Mogoș, M.: *Matematică pentru clasa a IV-a. Ghid pentru învățători și părinți*. Editura Sigma, București, 2000.

Șpulber, Ș., Spulber, C.: *Practica pedagogică*. Editura “Grigore Tabacaru”, Bacău, 1999.

Târnoveanu, M., Purcaru, M.A.P., Târnoveanu, C.: *Fundamente de matematică și metodică*, Editura TEHNOPRESS, Iași, 2005.

****Manualele școlare (în vigoare) de matematică pentru clasele I-IV*.

***Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului, Consiliul Național pentru Curriculum. Programe școlare pentru învățământul primar, revizuite. București, 2003(I,II), 2004(III), 2005(IV).

***SNEE, CNC, Descriptori de performanță pentru învățământul primar, Editura ProGnosis.