Victoria NECȘULEU

UTILIZAREA ECUAȚIILOR ÎN REZOLVAREA UNOR PROBLEME DISTRACTIVE DE MATEMATICĂ APLICATĂ

Prefaţă

În această lucrare sunt rezolvate în detaliu, cu ajutorul ecuaţiilor, probleme pentru clasele V-VIII, selectate din subiectele Concursului European de Matematică Aplicată CANGURUL ,tocmai pentru a sublinia importanţa ecuaţiilor studiate în clasele V-VIII, în rezolvarea acestor probleme de matematică aplicată.

Problemele de matematică aplicată au menirea de a verifica şi dezvolta cunoştinţele de matematică ale elevilor, precum şi de a-i învăţa pe elevi să gândească creativ şi aplicativ .

Lucrarea se adresează tuturor elevilor cu inclinaţii spre matematică, familiarizând elevii şi profesorii cu testul de verificare de tip grilă. Profesorii o pot folosi ca suport pentru obiectul de studiu opţional ,,Matematică aplicată", atât în gimnaziu cât şi în liceu. Elevii de gimnaziu o pot folosi şi pentru pregătirea olimpiadelor şi a concursurilor.

Autorea,

Capitolul 1

PROBLEME PENTRU CLASELE A V-A şi A VI-A

1)*O sursă de apă, care are un debit de* 80 *de litri pe minut, alimentează două fântâni dintre care una primeşte de 4 ori mai multă apă decât cealaltă. Care este debitul celei care primeşte mai multă apă?*

A) $64l$ *B)* $60l$ *C)* $50l$ *D)* $70l$ *E)* $45l$

Soluţie:

Notăm cu x cantitatea de apă, în litri, pe care o primeşte într-un minut o fântână. Cealaltă va primi $4x$ litri apă pe minut. Obţinem ecuaţia $x+4x=80$, de unde $x=\frac{80}{5}=16l$.

Debitul cerut este $4x=4\cdot 16l=64l$. <u>*Răspuns:A.*</u>

2)*Sophie a obţinut media* $12,5$ *la primele patru lucrări de control. Ce notă ar trebui să obţină la următoarea lucrare pentru a rezulta media* 13?

A)13 *B)*14 *C)*15 *D)*16 *E)*17

Soluţie:

Dacă notăm cu S suma notelor la primele patru lucrări avem $12,5=\frac{S}{4}$, de unde $S=4\cdot 12,5=50$. Fie x nota pe care trebuie s-o mai obţină pentru a rezulta media 13. Avem

$\frac{S+x}{5}=13$ sau $\frac{50+x}{5}=13,$ de unde $50+x=65,$ adică $x=15.$
Răspuns:C.

3)*Un fermier glumeţ zice: ,,Am găini şi iepuri. Când număr capetele, găsesc 100. Când număr picioarele, găsesc 320. Câte găini am?”*

A) 60 *B)* 100 *C)* 80 *D)* 20 *E)* 40

Soluţie:

Notăm cu x numărul găinilor. Găinile au x capete şi $2x$ picioare. Notăm cu y numărul iepurilor. Iepurii au y capete şi $4y$ picioare. Obţinem ecuaţiile $x+y=100$ și $2x+4y=320,$ de unde $x+y=100$ şi $x+2y=160.$ Scăzând membru cu membru prima ecuaţie din a doua obţinem $y=60$ şi atunci $x=100-60=40.$ *Răspuns:E*

4) *O carte şi un caiet costă $110F$. Cartea costă cu $100F$ mai mult decât caietul. Cât costă 10 caiete.*

A) $25F$ *B)* $50F$ *C)* $100F$ *D)* $110F$ *E)* $150F$

Soluţie:

Fie x preţul cărţii şi y preţul caietului. Avem $x+y=110$ şi $x=y+100.$ Rezultă $y+100+y=110,$ de unde $2y=10$ sau $y=5,$ adică un caiet costă $5F$. *Răspuns:B.*

5) *Ieri au absentat $12,5\%$ dintre elevi. Astăzi absentează cu un elev mai mult decât ieri şi sunt de 5 ori mai mulţi prezenţi decât absenţi . Numărul total de elevi din clasă este…*

A) 16 *B)* 20 *C)* 22 *D)* 24 *E)* 32

Soluţie:

Fie x numărul total de elevi din clasă. Astăzi absentează $\frac{12,5}{100}\cdot x+1$ elevi. Atunci astăzi sunt prezenţi $x-(\frac{12,5}{100}\cdot x+1)$ elevi. Obţinem ecuaţia

$$x-\frac{12,5}{100}\cdot x-1=5(\frac{12,5}{100}\cdot x+1),$$

ecuație care devine $100x-12,5x-100=62,5x+500,$ sau $100x-12,5x-62,5x=500+100,$ adică $25x=600,$ de unde $x=\frac{600}{25}=24.$ *Răspuns:D.*

6)*Ştiind că media vârstelor primilor 3 fraţi dintr-o familie este de 15 ani şi că media vârstelor ultimilor 2 fraţi este de 10 ani, care este media vârstelor celor 5 fraţi?*

A) 13 *ani* *B)* 12 *ani* *C)* 10 *ani* *D)* 14 *ani* *E)* 15 *ani*

Soluţie:

Dacă S_3 este suma vârstelor primilor 3 fraţi avem $\frac{S_3}{3}=15,$ de unde $S_3=45$ ani. Dacă S_2 este suma vârstelor ultimilor 2 fraţi, atunci $\frac{S_2}{2}=10,$ de unde $S_2=20$ ani. Obţinem că media vârstelor tuturor celor 5 fraţi este $\frac{S_3+S_2}{5}=\frac{45+20}{5}=13$ ani.

Răspuns:A

7) *Tatăl meu are de 3 ori vârsta mea. Peste 15 ani tatăl meu va avea vârsta dublă faţă de a mea. Ce vârstă am eu?*

A) 10 *ani* *B)* 12 *ani* *C)13ani* *D)14ani* *E)15ani*

Soluţie:

Fie x vârstea mea (în ani). Tatăl meu are în prezent $3x$ (ani).

Peste 15 ani eu voi avea $x+15$ ani, iar tatăl meu va avea $3x+15$ ani. Obţinem ecuaţia $3x+15=2(x+15)$, de unde $3x+15=2x+30$; $3x-2x=30-15$, adică $x=15$ ani. <u>*Răspuns:E.*</u>

8) *Într-o întreprindere lucrează* 360 *oameni : de două ori mai mulţi muncitori decât tehnicieni, de două ori mai mulţi tehnicieni decât ingineri , de două ori mai mulţi ingineri decât şoferi şi* 15 *vânzători. Câţi muncitori lucrează în întreprindere?*

A)9 *B)27* *C)54* *D)184* *E)162*

Soluţie:

Dacă notăm cu x numărul de şoferi, în întreprindere vor fi $2x$ ingineri, $4x$ tehnicieni şi $8x$ muncitori. Obţinem ecuaţia $x+2x+4x+8x+15=360$, adică $15x=345$, de unde $x=23$ şi $8x=184$ muncitori . <u>*Răspuns:D.*</u>

9) *Un pachet cântăreşte cu* $\frac{4}{5}$*kg mai mult decât* $\frac{4}{5}$ *din el. Cât cântăreşte ?*

A) $5kg$ *B)* $4kg$ *C)* $3kg$ *D)* $4{,}5kg$ *E)* $\frac{4}{5}kg$

Soluţie:

Notăm cu x masa pachetului în kg . Obţinem ecuaţia $x=\frac{4}{5}x+\frac{4}{5}$, care devine $5x=4x+4$, de unde $x=4kg$.

<u>*Răspuns:B.*</u>

10) *Un segment de lungime* a *este împărţit de* 8 *puncte în părţi egale, iar un segment de lungime* b *este împărţit de* 98 *de puncte în părţi cu lungimea egală cu lungimea părţilor segmentului* a. *De câte ori este mai mare* b *decât* a*?*

A)de8 ori B)de 9 ori C)de 10ori D)de 11 ori E)de 12ori

Soluţie:

Din condiţia : lungimea unei părţi a segmentului,, a ”este egală cu lungimea unei părţi a segmentului ,, b ”, vom obţine relația $\frac{a}{9}=\frac{b}{99}$, de unde $11a=b$, adică ,, b ” este mai mare de 11 ori decât ,, a". <u>*Răspuns:D.*</u>

11) *Într-o cameră sunt taburete şi scaune. Un taburet are 3 picioare, iar un scaun are 4 picioare. Când toate taburetele şi scaunele sunt ocupate, numărul picioarelor din cameră este 39. Câte scaune sunt în cameră?*

A)3 *B)4* *C)*5 D)6 E)9

Soluţie:

Vom nota cu x numărul taburetelor şi cu y numărul scaunelor. Taburetele au $3x$ picioare, iar ocupanţii lor au $2x$ picioare. Scaunele au $4y$ picioare, iar ocupanţii lor au $2y$ picioare . Obţinem ecuaţia $5x+6y=39$ pe care trebuie s-o rezolvăm în mulţimea $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$. Deoarece $6y$ este număr par şi 39 este număr impar, deducem că $5x$ este număr impar, iar x este tot număr impar. Pentru $x=1$, obţinem $6y=34$ şi $y\notin\mathbb{N}$. Pentru $x=3$ obţinem $6y=24$, de unde $y=4\in\mathbb{N}$. Am găsit astfel soluţia (3,4). Vedem dacă această soluţie este unică. Pentru $x=5$ obţinem $6y=14$ şi $y\notin\mathbb{N}$. Pentru $x=7$ avem $6y=4$ şi $y\notin\mathbb{N}$. Deci sunt 4 scaune. <u>*Răspuns:B.*</u>

12) *Într-un bidon sunt $26l$ de apă,iar în altul $7l$ .Dacă adăugăm aceeaşi cantitate de apă în cele două bidoane, va fi de 3ori mai puţină apă în al doilea bidon decât în primul. Care este cantitatea de apă adăugată?*

A) $5l$ *B)* $7,5l$ *C)* $2l$ *D)* $3l$ *E)* $2,5l$

Soluţie:

Notăm cu x cantitatea de apă adăugată în l.După adăugare în primul bidon vor fi $26+x$ litri, iar în al doilea $7+x$ litri. Obţinem ecuaţia $26+x=3(7+x)$, adică $26+x=21+3x$, sau $2x=5$, de unde $x=2,5l$. *<u>Răspuns:E.</u>*

13) *Bunica le lasă celor doi nepoţi un coş cu mere. Fiecare dintre ei ,crezând că este primul ,ia jumătate din mere şi pleacă la şcoală .Dacă în coş rămân 4 mere,câte erau iniţial?*

A) 12mere B)16mere C)8mere D)20mere E)altă valoare

Soluţie:

Notăm cu x numărul de mere care erau iniţial în coş. Nepotul care ia primul mere, va lua $\frac{x}{2}$ mere şi în coş vor rămâne tot $\frac{x}{2}$ mere. Celălalt nepot va lua $\frac{x}{4}$ mere şi în coş vor rămâne tot $\frac{x}{4}$ mere. Obţinem ecuaţia $\frac{x}{4}=4$ care conduce la $x=16$ mere. *<u>Răspuns:B.</u>*

14) *38 de elevi sunt aşezaţi pe 4 rânduri, fiecare rând având cu 3 elevi mai puţini decât cel din faţa lui. Câţi elevi sunt în primul rând?*

A)8 B)5 C)14 D)11 E)6

Soluţie:

Dacă în ultimul rând sunt x elevi, în penultimul vor fi $x+3$ elevi, în al doilea $x+6$, iar în primul vor fi $x+9$ elevi. Obţinem ecuaţia $4x+(3+6+9)=38,$ care devine $4x+18=38$, adică $4x=20$, de unde rezultă $x=5$ elevi. În primul rând sunt $x+9=14$ elevi. *<u>Răspuns:C.</u>*

15) *Dacă dragonul roşu ar avea cu 6 capete mai mult decât cel verde, ei ar avea 34 de capete împreună. Dar dragonul roşu are cu 6 capete mai puţin decât dragonul verde. Câte capete are dragonul roşu?*

A)6 B)8 C)12 D)14 E)16

Soluţie:

Fie x numărul de capete ale dragonului roşu şi y numărul de capete ale dragonului verde. Obţinem că $y = x + 6$ reprezintă numărul de capete ale dragonului verde. Dacă dragonul roşu ar avea cu 6 capete mai mult decât cel verde el ar avea un număr de $y + 6 = x + 12$ capete. Obţinem ecuaţia $x + 12 + x + 6 = 34$, adică $2x = 34 - 18$, de unde $x = 8$ capete.

Răspuns:B.

16) *Lungimea unui teren în formă dreptunghiulară este de* $80m$*, iar aria sa este de* $3200m^2$*. Care este lungimea unui alt teren care are aria şi lăţimea de două ori mai mici decât ale primului teren?*

A) $20m$ B) $40m$ C) $60m$ D) $80m$ E) $100m$

Soluţie:

Notăm cu l lăţimea terenului şi avem $80l = 3200$, de unde $l = 40m$. Celălalt teren va avea aria de $1600m^2$ şi lăţimea de $20m$. Notând cu L lungimea lui avem $20L = 1600$, de unde $L = 80m$. *Răspuns:D.*

17) *Acum trei ani, tripleţii Paul, Simion şi Ionuţ, împreună cu sora lor cu 4 ani mai mare, aveau împreună 24 de ani. Ce vârstă are Ionuţ astăzi?*

A)5ani B) 8ani C)9ani D)12ani E)15ani

Soluţie:

Fie x vârsta lui Ionuţ de aum 3 ani. Acum 3 ani Paul, Simion şi Ionuţ aveau vârstele de x ani, iar sora lor avea $x+4$ ani.

Obţinem ecuaţia $x+x+x+x+4=24$, care devine $4x=20$, de unde $x=5$ ani. Ionuţ are astăzi $x+3=8$ ani. *Răspuns:B.*

18) *În timpul verii, Robert, Cristian şi Ana au economisit împreună 280000 lei. Robert a economisit de două ori mai mult decât Cristian şi de patru ori mai mult decât Ana. Câţi lei a economisit Ana ?*

A)30000 B)40000 C)50000 D)60000 E)70000

Soluţie:

Notăm cu x suma în lei pe care a economisit-o Ana. Robert a economisit $4x$ lei, iar Cristian a economisit $2x$ lei. Obţinem ecuaţia $4x+2x+x=280000$ lei, care devine $7x=280000$ lei, de unde $x=40000$ lei. *Răspuns:B.*

19)*Trei băieţi s-au cântărit câte doi în toate combinaţiile posibile. Ei au obţinut următoarele măsuri:* $85kg, 89kg$ *şi* $94kg$. *Băieţii cântăresc împreună…*

A) $174kg$ *B)* $58kg$ *C)* $87kg$ *D)* $134kg$ *E)* $85kg$

Soluţie:

Fie x, y, z masele, în kg, ale celor trei băieţi. Obţinem ecuaţiile $x+y=85, y+z=89$ şi $x+z=94$. Adunând membru cu membru cele trei ecuaţii obţinem $2(x+y+z)=$85+89+94, sau $x+y+z=\frac{268}{2}$, de unde rezultă că băieţii cântăresc împreună $134kg$. *Răspuns:D.*

20) *În peşteră erau dragoni roşii şi dragoni verzi. Fiecare dragon roşu avea 6 capete, 8 picioare şi 2 cozi. Fiecare dragon verde avea 8 capete, 6 picioare şi 4 cozi. În total dragonii au 44* *de cozi. Sunt, de asemenea, cu 6 picioare verzi mai puţin decât capete roşii. Câţi dragoni roşii sunt în peşteră?*

A)6 B)7 C)8 D)9 E)10

***Soluţie*:**

Fie x numărul dragonilor roşii şi y numărul dragonilor verzi. Dragonii roşii au un număr de $6x$ capete, $8x$ picioare şi $2x$ cozi. Dragonii verzi au $8y$ capete, $6y$ picioare şi $4y$ cozi.

Obţinem ecuaţiile $2x+4y=44$, respectiv $6x=6y+6$, adică $x+2y=22$ şi $x=y+1$, de unde obținem $y+1+2y=22$ sau $3y=21$, de unde $y=7$ şi $x=8$. Sunt 8 dragoni roşii.*Răspuns:C.*

21)*Trei membri ai unei familii de iepuri au mâncat împreună 73 de morcovi. Tatăl a mâncat cu 5 morcovi mai mult decât mama. Fiul lor Bunny, a mâncat 12 morcovi. Câţi morcovi a mâncat mama?*

A)27 B)28 C)31 D)33 E)56

Soluţie:

Dacă mama a mâncat x morcovi, atunci tatăl a mâncat $x+5$ morcovi. Obţinem ecuaţia $x+x+5+12=73$, adică $2x=$ 73-17, de unde $x=28$. *Răspuns:B.*

22) *Ieri, preţul a două CD-uri pe care doream să le cumpăr era acelaşi.Astăzi unul dintre CD-uri a devenit cu 5% mai ieftin,*

iar celălalt cu 15% mai scump, diferenţa dintre preţurile lor fiind de 6 *euro. Cât costă acum CD-ul mai ieftin?*

A)1,5euro B)6euro C)28,5euro D)30euro E)34,5euro

Soluţie:

Fie x preţul în euro al fiecărui CD. Astăzi CD-ul mai ieftin costă $x-\frac{5x}{100}$ euro, iar celălalt costă $x+\frac{15x}{100}$ euro. Obţinem ecuaţia $x+\frac{3x}{20}=x-\frac{x}{20}+6$, care devine $20x+3x=20x-x+120$, adică $4x=120$, de unde $x=30$. Rezultă că CD-ul mai ieftin costă $30-\frac{30}{20}=30-1,5=28,5$ euro. _Răspuns:C._

23) *Vârsta lui James este o şesime din cea a unchiului său. Peste patru ani, vârsta lui va fi un sfert din cea a unchiului său. Ce vârstă are James ?*

A)6 B)24 C)12 D)48 E)36

Soluţie:

Dacă x este vârsta lui James în ani, unchiul său are $6x$ ani. Peste 4 ani James va avea $x+4$ ani, iar unchiul său $6x+4$ ani.

Obţinem ecuaţia $6x+4=4(x+4)$, adică $6x+4=4x+16$, sau $2x=12$, de unde $x=6$. _Răspuns:A._

24) *Andreea a primit de ziua ei un buchet cu trandafiri roşii şi albi: trandafiri roşii erau de 4 ori mai mulţi decât trandafiri albi. A doua zi a mai primit un buchet de 21 de trandafiri albi. Punându-i în aceeaşi vază, a observant că are acelaşi număr de trandafiri roşii şi trandafiri albi. Câţi trandafiri erau în primul buchet?*

A)7 B)8 C)21 D)28 E)35

Soluţie:

Notăm cu x numărul de trandafiri roşii şi cu y numărul de trandafiri albi din primul buchet. Atunci $x=4y$. Obţinem ecuaţia $4y=y+21$, adică $3y=21$, de unde $y=7$ şi $x=28$.

Rezultă că în primul buchet erau $x+y=35$ trandafiri. <u>*Răspuns:E.*</u>

25) *În coş sunt câteva prune. Bob mănâncă în prima zi aproape jumătate din ele(mai puţin cu 5 prune), a doua zi- o treime din ce a rămas, iar a treia zi –restul de 18 prune. Câte prune erau iniţial?*

A)20 *B)38* *C)50* *D)68* *E)44*

Soluţie:

Dacă iniţial erau x prune, în prima zi Bob mănâncă $\frac{x}{2}-5$ prune şi îi mai rămân de mâncat exact $\frac{x}{2}+5$ prune. A doua zi Bob mănâncă $\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{x}{2}+5\right)$ prune şi îi mai rămân de mâncat $\frac{2}{3}\left(\frac{x}{2}+5\right)$ prune.Obţinem ecuaţia $\frac{2}{3}\left(\frac{x}{2}+5\right)=18$, adică $2\left(\frac{x}{2}+5\right)$=54, sau $\frac{x}{2}+5=27$, care conduce la $\frac{x}{2}=22$, de unde $x=44$ prune. <u>*Răspuns:E.*</u>

26) *Regele lasă celor trei fii ai săi, moştenire, 1600 de galbeni astfel: fiului cel mare cu 200 de galbeni mai mult decât celui mijlociu, iar celui mijlociu cu 100 de galbeni mai mult decât mezinului. Câţi galbeni a primit fiul cel mare?*

A)1300 *B)700* *C)600* *D)400* *E)300*

Soluţie:

Dacă mezinul primeşte x galbeni, mijlociul primeşte $x+100$ galbeni, iar fiul cel mare primeşte $x+300$ galbeni. Obţinem ecuaţia : $x+x+100+x+300=1600$, adică $3x=1200$, de unde $x=400$ şi $x+300=700$. <u>*Răspuns:B.*</u>

27) *De 7 ori vârsta mea de acum 7 ani este egală cu de 5 ori* *vârsta mea de peste 5ani. Câţi ani am?*

A)12 *B)27* *C)37* *D)35* *E)19*

Soluţie:

Dacă x este vârsta mea de acum (în ani), acum 7 ani aveam $x-7$ ani, iar peste 5 ani voi avea $x+5$ ani. Obţinem ecuaţia $7(x-7)=5(x+5)$, adică $7x-49=5x+25$, sau $2x=74$, de unde $x=37$ ani. *Răspuns:C.*

28) *Două salate mari şi o salată mică costă 19 lei, iar două salate mici şi o salată mare costă 17 lei. Cu cât este mai ieftină o salată mică decât o salată mare?*

A)7lei *B)5lei* *C)3lei* *D)2lei* *E)1leu*

Soluţie:

Fie x preţul unei salate mari (în lei) şi y preţul unei salate mici. Obţinem ecuaţiile $2x+y=19$ și $x+2y=17$. Adunând acum membru cu membru cele două ecuaţii, obţinem $3x+3y=36$, de unde $x+y=12$. Atunci $x=19-12=7$ şi $y=17-12=5$, iar $x-y=7-5=2$ lei. *Răspuns:D.*

29) *O echipă de 3 persoane termină un proiect în 3 săptămâni şi 2 zile. Câte zile va lucra echipa ca să termine proiectul, dacă va fi formată din 4 persoane care muncesc la fel de mult ca în primul caz, iar săptămâna are 6 zile lucrătoare.*

A)2 săptămâni *B)2săptămâni şi 1zi* *C)2 săptămâni şi 2zile* *D)2săptămâni şi 3zile* *E)3 săptămâni.*

Soluţie:

3persoane……………..20zile
4persoane………………x zile

Aplicăm metoda proporţiei pentru mărimi invers proporţionale şi obţinem ecuaţia $\frac{3}{4}=\frac{x}{20}$, adică $4x=60$, de unde $x=15$ zile=2 săptămâni şi 3 zile. *Răspuns:D.*

30) *Alex şi tatăl lui adună ciuperci. Alex a adunat cu 18 ciuperci mai mult decât jumătate din ce a adunat tatăl lui, iar tatăl lui a adunat cu 7 ciuperci mai mult decât Alex. Câte ciuperci au adunat împreună?*

A)43 *B)50* *C)70* *D)88* *E)93*

Soluţie:

Notăm cu x numărul de ciuperci adunate de Alex şi cu $2y$ numărul de ciuperci adunate de tatăl lui Alex. Obţinem ecuaţiile $x=y+18$ şi $2y=x+7$, de unde $2y=y+18+7$, adică $y=25$. Atunci $x+2y=43+50=93$ ciuperci au adunat împreună. *Răspuns:E.*

31) *La o aniversare copiii au mâncat 15 bucăţi de tort. 9 dintre ei au mâncat exact câte o bucată, unul nu a mâncat deloc, iar restul au mâncat câte două bucăţi. Câţi copii au participat la aniversare?*

A)6 *B)8* *C)12* *D)13* *E)16*

Soluţie:

Fie x numărul de copii care au participat la aniversare. 9 copii au mâncat 9 bucăţi de tort, unul nu a mâncat nici una, iar $(x-10)$ copii au mâncat $2(x-10)$ bucăţi. Obţinem ecuaţia $9+0+2(x-10)=15$, adică $9+2x-20=15$, sau $2x-20=6$, de unde $x=\frac{26}{2}=13$ copii. *Răspuns:D.*

32) *Iepurele trăieşte cu doi ani mai mult decât veveriţa, de cinci ori mai puţin decât ursul, de trei ori mai puţin decât cerbul şi jumătate din cât trăieşte vulpea. Dacă trăiesc împreună 106 ani, câţi ani trăieşte veveriţa?*

A)9ani B)7ani C)45ani D)27ani E)18ani

Soluţie:

Dacă iepurele trăieşte x ani atunci veveriţa trăieşte $x-2$ ani, ursul $5x$ ani, cerbul $3x$ ani, iar vulpea trăieşte $2x$ ani. Obţinem ecuaţia $x+\left(x-2\right)+5x+3x+2x=106$, adică $12x-2=106$, sau $12x=108$, de unde $x=9$ şi $x-2=7$ ani trăieşte veveriţa.

Răspuns:B.

33) *Erau 60 de păsări în 3 copaci. Din primul copac au zburat 6 păsări, din al doilea copac, 8 şi din al treilea copac, 4. Acum, în fiecare dintre cei trei copaci este acelaşi număr de păsări. Câte păsări erau iniţial în al doilea copac ?*

A)14 B)18 C)20 D)22 E)28

Soluţie:

Notăm cu x numărul de păsări care erau iniţial în primul copac, cu y numărul celor din al doilea copac şi cu z numărul celor din al treilea copac.Atunci $x+y+z=60$ şi $x-6=y-8=z-4$, de unde $x=y-2, z=y-4$ şi obţinem atunci ecuaţia $y-2+y+y-4=60$, adică $3y-6=60$, sau $3y=66$, de unde $y=22$. *Răspuns:D.*

34) *Lolek şi Bolek au cules împreună 144 ciuperci. Dacă Lolek ar fi cules doar jumătate din ce a cules, iar Bolek ar fi cules încă jumătate din ce a cules, numărul ciupercilor lui Lolek ar fi fost o treime din numărul ciupercilor lui Bolek. Câte ciuperci a cules Lolek?*

A)24 B)36 C)48 D)72 E)96

Soluţie:

Dacă Lolek a cules x ciuperci , iar Bolek y ciuperci, atunci $x+y=144$ şi $\frac{x}{2}=\frac{1}{3}\left(y+\frac{y}{2}\right)$, de unde $\frac{144-y}{2}=\frac{1}{3}\cdot\frac{3y}{2}$, adică $144-y=y,$ care devine $144=2y$, de unde $y=72$ şi $x=72.$

Răspuns:D.

35) *Şarpele Kiki măsura la naştere, acum 2 ani, 24cm. El a crescut cu 11cm în fiecare an. Fratele lui, Riki, măsura la naştere, acum 6 ani, 32cm. El însă a crescut cu numai 7 cm pe an. La ce vârstă Kiki va avea aceeaşi lungime cu fratele mai mare?*

A)la 4 ani B)la 7 ani C)la 9ani D)la 13ani E)la 82ani

Soluţie:

În prezent Kiki are $24+2\cdot 11=46$ cm, iar Riki are $32+7\cdot 6=74$ cm. Notăm cu x numărul de ani după care Kiki va avea aceeaşi lungime cu Riki.Atunci obţinem ecuaţia $46+11x=74+7x,$ adică $4x=28,$ de unde $x=7.$ Kiki va avea atunci $x+2=9$ ani. *Răspuns:C.*

36) *În urnă sunt bile roşii verzi şi albastre. O treime din bile sunt roşii, un sfert sunt albastre, iar restul de 10 bile sunt verzi. Câte bile sunt în cutie ?*

A)12 B)18 C)20 D)24 E)36

Soluţie:

Notând cu x numărul bilelor din cutie obţinem ecuaţia

$\frac{x}{3}+\frac{x}{4}+10=x,$ adică $4x+3x+120=12x,$ sau $5x=120,$ de unde $x=24.$ *Răspuns:D.*

37) *Pisica bunicii, Mica, are cu 8 pisoi mai mulţi decât pisica mamei, Cica. Am auzit-o pe mama zicându-i bunicii:,,Imaginează-ţi că Mica are de trei ori mai mulţi pisoi decât Cica!". Câţi pisoi are Cica?*

A)4 *B)9* *C)12* *D)24* *E)32*

Soluţie:

Dacă Cica are x pisoi, Mica are $x+8$ pisoi şi obţinem ecuaţia $x+8=3x,$ adică $2x=8,$ de unde $x=4.$ *Răspuns:A.*

38) *-Tu ai de 6 ori mai multe boabe de porumb decât mine.*

-Aşa e! Eu am cu 25 de boabe mai mult decât tine!

Câte boabe de porumb au împreună ?

A)30 *B)35* *C)5* *D)31* *E)54*

Soluţie:

Dacă eu am x boabe tu ai $6x$ boabe, adică $x+25$ boabe. Obţinem ecuaţia $6x=x+25$ sau $5x=25$, de unde $x=5$. Deci noi avem împreună $x+6x=7x=35$ boabe. *Răspuns:B.*

39) *Am plecat de acasă cu o căruţă cu saci cu nutreţ. Vecinul mi-a dat 9 saci şi apoi încă 5, din care am vândut 6. Am dat cailor 2 saci de nutreţ şi au rămas în căruţă de două ori mai mulţi saci decât aveam la plecare. Cu câţi saci am plecat de acasă?*

A)6 *B)8* *C)9* *D)11* *E)26*

Soluţie:

Notăm cu x numărul sacilor cu care am plecat de acasă şi obţinem ecuaţia : $x+9+5-6-2=2x,$ de unde $x=6.$

Răspuns :A.

40) *În jurul unui teren în formă de dreptunghi, având lungimea de 20m şi lăţimea de 16m, pleacă din acelaşi punct,* *în sensuri opuse, o broască şi un şoarece. Broasca parcurge 1m într-o secundă, iar şoarecele parcurge 3m într-o secundă. La cât timp după pornire se întâlnesc ?*

A)9s *B)12s* *C)18s* *D)24s* *E)36s*

Soluţie:

Notăm cu x timpul (în secunde) după care se întâlnesc. În x secunde broasca parcurge x metri, iar şoarecele parcurge $3x$ metri. Obţinem ecuaţia : $x+3x=2\left(20+16\right)$, adică $4x=72$,de unde $x=18$ secunde. <u>*Răspuns:C.*</u>

41) *Anh, Ben şi Chen au 30 de banane împreună. Dacă Ben îi dă lui Chen 5 banane, Chen îi dă lui Anh 4 banane şi Anh îi dă lui Ben 2 banane, atunci ei vor avea acelaşi număr de banane. Câte banane a avut Anh iniţial?*

A)8 *B)9* *C)11* *D)13* *E)15*

Soluţie:

Dacă iniţial Anh are x banane, Ben are y banane şi Chen are z banane, atunci $x+y+z=30$ şi $x+4-2=y+5-4=z+2-5.$ Obţinem ecuațiile $x+2=y+1=z-3$ şi atunci $y=x+1,$ iar $z=x+5.$ Suntem conduşi în acest mod la ecuaţia $x+\left(x+1\right)+\left(x+5\right)=30,$ adică $3x+6=30,$ sau $3x=24,$ de unde $x=8.$ <u>*Răspuns:A.*</u>

42) *În sala de aşteptare sunt scaune cu 4 picioare şi cu 3 picioare. Astăzi sunt ocupate toate locurile şi nu stă nimeni în picioare. În total sunt 39 de picioare (atât de oameni, cât şi de scaune). Câte personae sunt în sală?*

A)3 *B4* *C)5* *D)6* *E)7*

Soluţie:

Dacă sunt x scaune cu 4 picioare şi y scaune cu 3 picioare,vor fi în total $x+y$ oameni. Obţinem ecuaţia $4x+3y+2(x+y)=39$, adică $6x+5y=39$ şi atunci y este număr impar .Pentru $y=1$, obţinem $6x=34$ şi $x\notin\mathbb{N}$. Pentru $y=3$ obţinem $6x=24$, de unde $x=4$ şi am găsit soluţia $(4,3)$. Pentru $y=5$ rezultă $6x=14$ şi $x\notin\mathbb{N}$, iar pentru $y=7$ obţinem $6x=4$ şi $x\notin\mathbb{N}$. În acest mod rezultă că sunt $x+y=4+3=7$ persoane . <u>*Răspuns:E.*</u>

43) *O veveriţă aduce în vizuină câte o alună la fiecare 120 secunde. La ce distanţă de alun se află vizuina ei, dacă veveriţa fuge, fără alune, 6 metri pe secundă, iar cu alune 3metri pe secundă, ştiind că ea nu se opreşte deloc în cele 120 de secunde?*

A) 24m *B)1080m* *C)240m* D)120m E)80m

Soluţie:

Dacă distanţa dintre alun şi vizuină este de x metri, atunci mersul spre alun durează $\frac{x}{6}$ secunde, iar mersul spre vizuină durează $\frac{x}{3}$ secunde. Obţinem ecuaţia $\frac{x}{6}+\frac{x}{3}=120$, adică $x+2x=720$, de unde $x=240m$. <u>*Răspuns:C.*</u>

44) *În 5 coşuri se află acelaşi număr de piersici. Dacă din fiecare coş iau câte 12 piersici, în cele 5 coșuri rămân atâtea piersici câte erau iniţial în 2 coşuri. Câte piersici erau iniţial într-un coş?*

A)12 *B)15* *C)20* *D)23* *E)24*

Soluţie:

Notăm cu x numărul de piersici care erau iniţial într -un coş. Dacă dintr-un coş se iau un număr de 12 piersici, în el rămân $x-12$ piersici. Obţinem ecuaţia $5(x-12)=2x,$ adică $5x-60=2x,$ de unde $3x=60$ şi atunci rezultă $x=20$ piersici. *Răspuns:C.*

45) *Dacă la jumătatea anilor lui John vei aduna 5, atunci vei afla câţi ani a avut cu 11 ani în urmă. Câţi ani are John?*

A)27 *B)29* *C)32* *D)36* *E)42*

Soluţie:

Dacă John are x ani, cu 11 ani în urmă el a avut $x-11$ ani. Obţinem ecuaţia $\frac{x}{2}+5=x-11,$ adică $x+10=2x-22,$ de unde $x=32.$ *Răspuns:C.*

46) *Kroko a cules 17 rămurele având 3 sau 4 frunze. Dacă în total a cules 57 de frunze, câte rămurele cu 4 frunze a cules?*

A)1 *B)3* *C)6* *D)11* *E)14*

Soluţie:

Dacă x este numărul de rămurele cu 3 frunze , iar y este numărul celor cu 4 frunze, obţinem ecuaţiile $x+y=17$ şi $3x+4y=57$, care se mai scriu $3x+3y=51$ şi $3x+4y=57$.

Scăzând membru cu membru penultima ecuaţie din ultima , obţinem $y=6$ rămurele cu câte 4 frunze. *Răspuns :C.*

47) *Rebecca a aşezat CD-urile în suportul de CD-uri, dar o treime din ele nu au încăput. Pe acestea le-a pus în trei carcase, având câte 7 locuri fiecare, dar i-au mai rămas încă 3 CD-uri pe dinafară. Câte CD-uri a avut Rebecca iniţial?*

A) 8 *B)16* *C)24* *D)36* *E)72*

Soluţie:

Notând cu x numărul de CD-uri pe care le-a avut Rebecca iniţial obţinem imediat ecuaţia $\frac{x}{3}=3\cdot 7+3,$ adică $\frac{x}{3}=24,$ de unde $x=72.$ *Răspuns:E.*

48) *Astăzi pot spune :,,Peste doi ani fiul meu va fi de două ori mai mare decât acum doi ani şi peste trei ani fiica mea va fi de trei ori mai mare decât acum trei ani. Este corect că :*

A) diferenţa de vârstă dintre copiii mei este de 5 ani ?
B) fiica mea este cu un an mai mare decât fiul meu?
C) copiii mei au vârste egale?
D) fiul meu este cu jumătate de an mai mare decât fiica ?
E) diferenţa de vârste dintre copii este de 2 ani ?

Soluţie:

Notând cu x vârsta fiului(în ani),iar cu y vârsta fiicei (în ani) obţinem ecuaţiile:

$$x+2=2(x-2) \text{ şi } y+3=3(y-3),$$

adică $x+2=2x-4$, respectiv $y+3=3y-9,$ de unde $x=6$ şi $y=6.$ *Răspuns:C.*

49) *În grădina lui Ion sunt narcise ,lalele şi zambile înflorite, în total 20 de flori. Sunt de 4 ori mai multe narcise decât zambile, dar mai puţine lalele decât narcise. Câte zambile sunt înflorite?*

A)1 B)2 C)3 D)4 E)20

Soluţie:

Dacă sunt în total x narcise, y lalele şi z zambile, atunci $x+y+z=20,\ x=4z, y<x.$

Rezultă $y+5z=20$ şi $y<4z$. Dacă $z=1$ deducem $y=15>4z$. Dacă $z=2$, avem $y=10>4z$. Dacă $z=3$, rezultă $y=5<4z$. Cum $z\geq 4$ nu convine, deducem că sunt 3 zambile înflorite. Răspuns:C.

50) *Pe Strada Omiduţelor sunt 4 case :A,B,C,D. Numărul lui B este media aritmetică a numerelor lui A şi C, iar numărul lui C este media aritmetică a numerelor B şi D. Dacă numărul lui A este 1 şi numărul lui D este 25, care este numărul lui C?*

A)12 B)13 C)27 D)17 E) Nu se poate afla

Soluţie:

Între numerele 1, $x, y,$ 25 ale caselor A,B,C şi respective D , există relaţiile: $x=\frac{1+y}{2}$ şi $y=\frac{x+25}{2}$.Obţinem ecuaţia $2y=\frac{1+y}{2}+25,$ adică $4y=1+y+50,$ sau $3y=51,$ de unde $y=17$. Răspuns :D.

51) *Vârsta mamei este un număr de 5 ori mai mare decât suma cifrelor sale. Ce vârstă are mama, dacă nu a implinit încă 60 de ani?*

A) 35 B)36 C)45 D)50 E)59

Soluţie:

Dacă $\overline{ab}$ este vârsta mamei avem $10a+b=5(a+b)$ şi $\overline{ab}<60$. Rezultă $10a+b=5a+5b,$ adică $5a=4b$, de unde rezultă că numărul a este divizibil cu 4, iar numărul b este divizibil cu 5. Pentru $a=4$ avem $20=4b,$ de unde $b=5$ şi obţinem 45 ani care este vârsta mamei. Răspuns :C.

52) *Mătuşa Mabel are, ca animale de companie, câini şi papagali. Ea are de două ori mai mulţi papagali decât câini. Împreună (inclusiv mătuşa) ei au 58 de picioare. Câte animale de companie are mătuşa ?*

A)7 B)14 C)21 D)28 E)56

Soluţie:

Dacă x este numărul de câini (care au $4x$ picioare), iar y este numărul de papagali (care au $2y$ picioare), avem $y=2x$ şi obţinem ecuaţia $4x+2\cdot 2x+2=58,$ adică $8x=56,$ de unde $x=7$ şi $y=14$, iar $x+y=21$ animale de companie. *Răspuns:C.*

53) *La un concurs distractiv se dau 30 de întrebări. Se acordă 12 puncte pentru fiecare răspuns corect şi se scad 6 puncte pentru fiecare răspuns greşit. Un elev a răspuns la toate întrebările şi a obţinut 0(zero) puncte. La câte întrebări a răspuns corect?*

A)0 B)6 C)10 D)12 E)30

Soluţie:

Dacă elevul a răspuns corect la x întrebări, el a răspuns greşit la $30-x$ întrebări. Obţinem ecuaţia $12x-6(30-x)=0$, adică $2x=30-x,$ de unde $x=10.$ *Răspuns:C.*

54) *9 fraţi s-au născut în aceaşi zi în 9 ani consecutivi. Cei 5 care sunt mai tineri dintre ei au împreună 45 de ani. Ce vârstă au împreună cei mai în vârstă 5 dintre ei ?*

A)45 B)54 C)55 D)65 E)99

Soluţie:

Dacă x este vârsta celui mai tânăr dintre fraţi atunci

$$x+(x+1)+(x+2)+(x+3)+(x+4)=45,$$

adică $5x+10=45$, de unde $x=7$. Atunci cei mai în vârstă 5 dintre fraţi au împreună $11+12+13+14+15=65$ ani. *Răspuns:D.*

55) *Care este, în prezent ,vârsta tatălui unui băiat, dacă băiatul are 7 ani, iar atunci când băiatul va avea vârsta tatălui, tatăl va avea 55 de ani?*

A)20 ani B)30ani C)31ani D)40ani E)55ani

Soluţie:

Notăm cu x vârsta tatălui(în ani). Peste ($x-7$)ani, băiatul va avea vârsta tatălui. Obţinem ecuaţia $x+x-7=55$, de unde $2x=62$, adică $x=31$ ani. *Răspuns:C.*

Capitolul 2

PROBLEME PENTRU CLASELE A VII-A şi A VIII-A

1) *O persoană a plătit cumpărăturile de 120 F cu 36 de monede. Ea nu a utilizat decât monede de 2F şi de 5F. Câte monede de 5F a utilizat?*

A)19 B)15 C)5 D)77 E)16

Soluţie:

Notăm cu x numărul de monede de 2F şi cu y numărul de monede de 5F. Obţinem $x+y=36$ şi $2x+5y=120$, adică $2x+2y=72$ respectiv $2x+5y=120$, de unde $3y=48$. Rezultă $y=16$ monede. *Răspuns:E.*

2) *Populaţia unui stup a scăzut în urma unei epidemii cu 20%. Cu ce procent trebuie să crească în acest an , pentru a ajunge la efectivele anului trecut?*

A)15% B)20% C)25% D)120% E)40%

Soluţie:

Fie a populaţia iniţială a stupului. După ce scade cu 20% populaţia stupului devine $\frac{80a}{100}=\frac{4a}{5}$. Fie $x\%$ procentul cu care trebuie să crească $\frac{4a}{5}$ pentru a deveni a. Obţinem ecuaţia

$\frac{4a}{5}+\frac{x}{100}\cdot\frac{4a}{5}=a$, adică $\frac{4}{5}+\frac{4x}{500}=1$, sau $400+4x=500$, de unde $x=25$. ***Răspuns:C.***

3) *S-au crescut cu acelaşi procent lungimile laturilor unui pătrat. Aria sa a crescut cu 69% . Care este acel procent ?*

A)20% *B)30%* *C)34,5%* *D)8,3%* *E)69%*

Soluţie:

Fie l lungimea laturii pătratului şi $x\%$ procentul cu care a crescut. Aria pătratului a devenit $\left(l+\frac{x}{100}\cdot l\right)^2$ sau $l^2+\frac{69}{100}l^2$.

Obţinem ecuaţia în necunoscuta x:

$$\left(l+\frac{x}{100}\cdot l\right)^2=l^2+\frac{69}{100}l^2,$$

care devine $l^2\left(1+\frac{x}{100}\right)^2=l^2\left(1+\frac{69}{100}\right)$, adică $\left(1+\frac{x}{100}\right)^2=\frac{169}{100}$, sau $1+\frac{x}{100}=\frac{13}{10}$. Rezultă $100+x=130$, de unde $x=30$.

Răspuns:B.

4) *În patru ani, preţul lui ScoubiDoo s-a dublat. Care este creşterea medie pe an ?*

A)12,5% *B)puţin sub 20%* *C)50%* *D)în jur de 30%* *E)25%*

Soluţie:

Dacă a este preţul iniţial şi x creşterea medie pe an, în primul an preţul devine $(1+x)a$, în al doilea an $(1+x)^2a$, în al treilea an $(1+x)^3a$, iar în al patrulea an $(1+x)^4a$ .Obţinem ecuaţia $(1+x)^4a=2a$,adică $(1+x)^2=\sqrt{2}$,sau $1+x=\sqrt{\sqrt{2}}$,de unde $1+x$ este aproximativ 1,19. De aici deducem că x are valoarea aproximativă $0,19=\frac{19}{100}=19\%$. <u>*Răspuns:B.*</u>

5) *Într-un pahar de formă cilindrică umplut cu lichid până la 1 cm de marginea superioară se pun cuburi de gheaţă cu latura de 2cm . Suprafaţa bazei paharului este de $14cm^2$ şi cuburile sunt scufundate până la $\frac{6}{7}$ din volumul lor. Câte cuburi se pot pune fără ca lichidul să se verse?*

A)1 B)2 C)3 D)4 E) alt răspuns

Soluţie:

Fie x numărul de cuburi. $\frac{6}{7}$ din volumul unui cub reprezintă $\frac{6}{7}\cdot 2^3=\frac{48}{7}cm^3$. Volumul cilindrului mic (fără lichid) cu aria bazei de $14cm^2$ şi înălţimea de 1 cm este $14cm^3$. Obţinem ecuaţia $\frac{48}{7}\cdot y=14$, unde $x=[y]$. Rezultă $y=\frac{7\cdot 14}{48}=\frac{49}{24}$ şi $x=\left[\frac{49}{24}\right]=2.$ <u>*Răspuns:B.*</u>

6) *O scară rulantă de 100m lungime avansează cu viteza de $2\frac{m}{s}$.În acelaşi timp, doi indivizi pleacă de la fiecare din capetele scării cu viteza de $2,5\frac{m}{s}$. La ce distanţă faţă de capătul cel mai apropiat se întâlnesc?*

A)10m B)20m C)30m D)40m E)50m

Soluţie:

Fie x distanţa (în m) faţă de capătul cel mai apropiat şi t timpul(în s)care se scurge de la plecare la întâlnire .Dacă x

este distanţa parcursă de unul dintre indivizi, el se mişcă cu viteza de $2,5\frac{m}{s}-2\frac{m}{s}=0,5\frac{m}{s}$ *şi avem* $x=0,5t$ *.Celălalt individ parcurge o distanţa egală cu* $100-x$ *metri, în* $2,5\frac{m}{s}+2\frac{m}{s}=4,5\frac{m}{s}$. *Obţinem* $100-x=4,5t$. *În concluzie obţinem ecuaţia* $\frac{x}{0,5}=\frac{100-x}{4,5}$, *care devine* $\frac{x}{5}=\frac{100-x}{45}$, *sau* $9x=100-x$, *de unde* $x=10m$ *.* ***Răspuns:A.***

7) *Într-o caravană compusă din cămile (2 cocoaşe) şi dromaderi (1 cocoaşă) sunt 28 de capete şi 45 de cocoaşe. Câţi dromaderi sunt?*

A)10 *B)11* *C)12* *D)13* *E)14*

Soluţie:

Dacă x este numărul de cămile şi y numărul de dromaderi obţinem ecuaţiile $x+y=28$, respectiv $2x+y=45$, de unde $x=45-28=17$ şi $y=11$ dromaderi. *Răspuns:B.*

8) *Într-o clasă numărul băieţilor este 80% din numărul fetelor.Ce procent din numărul băieţilor reprezintă numărul fetelor din clasă?*

A)80% *B)125%* *C)25%* *D)175%* *E)alt răspuns*

Soluţie:

Fie a numărul băieţilor şi b numărul fetelor din clasă.Avem $a=\frac{80}{100}\cdot b$, sau $a=\frac{4b}{5}$. Notăm cu $x\%$ procentul căutat.

Avem $\frac{x}{100}\cdot\frac{4b}{5}=b$, sau $\frac{x}{125}=1$, de unde $x=125$. *Răspuns :B.*

9) *Într-un concurs televizat, primeşti 2 puncte pentru un răspuns corect şi pierzi 4 puncte pentru un răspuns greşit. După 18 întrebări, Mihai are 0 puncte. Câte răspunsuri corecte a dat el?*

A)0 B)2 C)6 D)9 E)12

Soluţie:

Dacă x este numărul răspunsurilor corecte, atunci avem un număr de $18-x$ răspunsuri greşite. Obţinem ecuaţia $2x=4(18-x)$, adică $2x=72-4x$, sau $6x=72$, de unde $x=12$ răspunsuri corecte. *Răspuns:E.*

10)*Tatăl are 52 de ani, iar cei doi fii ai săi au 24 şi respectiv 18 ani. Peste câţi ani vârsta tatălui va fi egală cu suma vârstelor fiilor săi ?*

A)6 B)10 C)5 D)4 E)11

Soluţie:

Notând cu x numărul de ani peste care vârsta tatălui va fi egală cu suma vârstelor fiilor săi obţinem ecuaţia :

$$52+x=(24+x)+(18+x),$$

adică $52+x=2x+42$, de unde $x=10$ ani. *Răspuns :B.*

11) *Echipa de fotbal este formată din 11 jucători cu media de vârstă 22ani. În timpul unui meci, un jucător s-a accidentat şi a părăsit jocul. Media vârstelor jucătorilor rămaşi este 21 ani. Ce vârstă avea jucătorul care a fost rănit?*

A)21ani B)22ani C)23ani D)32ani E)33ani

Soluţie:

Dacă S este suma vârstelor celor 10 jucători rămaşi avem $\frac{S}{10}=21,$ de unde $S=210$ ani. Notând cu x vârsta jucătorului care a fost rănit, obţinem ecuaţia $\frac{210+x}{11}=22,$ adică $210+x=242,$ de unde $x=32$ ani. *Răspuns:D.*

12) *Preţul unui bilet la teatru a crescut* cu 40%, *dar încasările obţinute au crescut numai cu 26%. Numărul spectatorilor a scăzut cu …*

A)10% *B)14%* *C)20%* *D)38%* *E)50%*

Soluţie :

Notăm cu $x\%$ procentul cu care a scăzut numărul spectatorilor, cu a preţul iniţial al unui bilet la teatru si cu b numărul iniţial al spectatorilor. Obţinem ecuaţia în necunoscuta x:

$$\frac{140}{100}a\cdot\frac{100-x}{100}b=\frac{126}{100}ab,$$

adică $140(100-x)=12600,$ sau $14000-140x=12600,$ care devine $140x=1400,$ de unde $x=10.$ *Răspuns:A.*

13)*Într-un test sunt 30 de întrebări. Un răspuns corect creşte scorul cu 7 puncte, iar o greşeală sau o întrebare fără răspuns îl scade cu 12 puncte. Scorul lui Bogdan este 77de puncte. Câte greşeli a făcut?*

A)între 0 şi 4 *B) între 5 şi 8* *C) între 9 şi 12*
D)între 13şi 16 *E) Este imposibil de aflat*

Soluţie:

Notăm cu x numărul de răspunsuri greşite. Atunci $30-x$ răspunsuri sunt corecte. Obţinem ecuaţia $7(30-x)-12x=77$, adică $210-7x-12x=77$, sau $19x=133$, de unde $x=7$ greşeli. <u>*Răspuns:B.*</u>

14) *Când cămila Desirèe este însetată, 84% din greutatea ei o constituie apa. După ce bea, greutatea sa creşte la $800kg$ şi apa reprezintă 85% din greutate. Ce greutate are cămila Desirèe când este însetată?*

A) $672kg$ *B)680kg* *C)715kg* *D)720kg* *E) 750kg*

Soluţie **:**

Notăm cu x greutatea cămilei (în kg) când este însetată .

Observăm că $\frac{16}{100}\cdot x$ kg nu sunt constituite din apă când cămila este însetată, dar şi după ce bea apă. După ce bea, cantitatea neconstituită din apă este $\frac{15}{100}\cdot 800kg=120kg$.

Obţinem ecuaţia $\frac{16x}{100}=120$, adică $16x=12000$, de unde $x=750kg$. <u>*Răspuns:E.*</u>

15) *Pe o masă sunt 11cutii. Unele dintre acestea conţin câte 8 cutiuţe, iar unele dintre aceste cutiuţe conţin, de asemenea, câte 8 cutiuţe mai mici. Dacă sunt 102 cutii goale, câte cutii sunt în total?*

A)102 *B)64* *C)118* *D)115* *E)alt răspuns*

Soluţie:

Notăm cu x numărul de cutii mari pline şi cu y numărul de cutii mijlocii pline. Atunci $102=(11-x)+(8x-y)+8y$, adică $102=11+7x+7y$, sau $7(x+y)=91$, de unde $x+y=13$. Deci sunt, în total , $102+13=115$ cutii. *Răspuns:D.*

16) *Într-o populaţie de şoricei, 25% sunt albi şi 75% sunt negri. Dintre cei albi, 50% au ochi albaştri, iar dintre cei negri, 20% au ochi albaştri. Dacă ştim că 99 de şoricei au ochi albaştri, câţi şoricei sunt în total?*

A)360 B)340 C)240 D)alt răspuns E)Problema nu are soluţie

Soluţie:

Dacă notăm cu x numărul total de şoricei obţinem ecuaţia $\frac{50}{100}\cdot\frac{25}{100}\cdot x+\frac{20}{100}\cdot\frac{75}{100}\cdot x=99,$ adică $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}x+\frac{1}{5}\cdot\frac{3}{4}x=99,$ sau $\frac{x}{4}\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{5}\right)=99,$ sau încă $11x=40\cdot 99,$ de unde $x=40\cdot 9=360.$

Răspuns:A.

17) *Marinarii de pe un vapor au porţii de hrană pentru 60 de zile.Ei găsesc pe o insulă 30 de naufragiaţi, drept urmare hrana le va ajunge doar 50 de zile. Câte persoane sunt acum pe vapor ?*

A)15 B)40 C)180 D)140 E)150

Soluţie: Fie x numărul marinarilor de pe vapor şi a cantitatea de hrană pe care o au. Porţia de hrană a unui marinar este $\frac{a}{60x}$. După ce sunt luaţi şi naufragiaţii, porţia de hrană va fi $\frac{a}{50(x+30)}$. Obţinem ecuaţia $\frac{a}{60x}=\frac{a}{50(x+30)},$ adică $60x=50x+1500,$ de unde $x=150.$ Rezultă că pe vapor sunt acum $150+30=180$ de personae. *Răspuns:C.*

18) *O ladă cu mere costă 2 Euro, o ladă cu pere costă 3 Euro, iar una cu prune costă 4 Euro. Dacă 8 lăzi cu fructe costă* *împreună 23 Euro, care este cel mai mare număr de lăzi cu prune ?*

A)1 *B)2* *C)3* *D)4* *E)5*

Soluţie:

Fie x numărul de lăzi cu mere, y numărul de lăzi cu pere şi z numărul de lăzi cu prune. Atunci, obţinem $x+y+z=8$ şi $2x+3y+4z=23$, de unde rezultă $2x+2y+2z=16$ şi deci $y+2z=7$. Rezultă valoarea maximă 3 pentru z. <u>*Răspuns:C.*</u>

19) *În colivie sunt 5 papagali. Media preţurilor lor este 60 euro. Într-o zi, un papagal a zburat pe fereastră.Media preţurilor celor rămaşi este 50 euro.Care este preţul papagalului pierdut?*

A)10 euro *B)20euro* *C)55euro* *D)60euro* *E)100euro*

Soluţie:

Fie S suma preţurilor celor 4 papagali rămaşi. $\frac{S}{4}=50$,de unde $S=200$. Dacă notăm cu x preţul papagalului pierdut ,obţinem ecuaţia $\frac{200+x}{5}=60$, adică $200+x=300$, de unde $x=100$. <u>R*ăspuns:E*</u>

20) *O sticlă şi un pahar conţin împreună tot atâta vin cât un ulcior. O sticlă conţine tot atâta vin cât un pahar și o halbă împreună. 3 halbe conţin tot atâta vin cât două ulcioare împreună. Cât vin conţine o halbă?*

A) cât 3 pahare *B)cât 4 pahare* *C)cât 5 pahare*
D)cât 6 pahare *E)cât 7 pahare*

Soluţie:

Dacă o sticlă conţine x litri de vin un pahar conţine y litri de vin, un ulcior conţine z litri de vin, iar o halbă conţine u litri de vin . Avem $x+y=z, y+u=x, 2z=3u.$

Trebuie să exprimăm pe u în funcţie de y .

Rezultă $2x+2y=2z, 3y+3u=3x$ şi $2z=3u,$ de unde $2x+2y=3u$ şi $3y+3u=3x.$ Deducem că $2x+2y=3x-3y,$ care devine $x=5y.$ Atunci obţinem $3u=10y+2y=12y$, de unde $u=4y.$ <u>*Răspuns:B.*</u>

21) *Greutatea unui vagon gol este de 2000kg. Greutatea încărcăturii reprezenta iniţial 80% din greutatea vagonului plin. La prima oprire s-a descărcat un sfert din încărcătură. Ce procent din actuala greutate a vagonului reprezintă încărcătura rămasă?*

A)20% B)25% C) 55% D) 60% E)75%

Soluţie:

Dacă notăm cu x greutatea încărcăturii iniţial, $x=\frac{80}{100}\cdot\left(2000+x\right),$ adică avem $5x=8000+4x$, de unde $x=8000kg$. După prima oprire rămâne o încărcătură de $6000kg$ şi actuala greutate a vagonului este $8000kg.$ Fie $y\%$ procentul din actuala greutate a vagonului pe care îl reprezintă încărcătura rămasă. Obţinem $\frac{y}{100}\cdot 8000=6000,$ sau $2y=150,$ de unde $y=75.$ <u>*Răspuns:E*</u>

22) *Un cârd de ciori s-a aşezat în plopii de pe marginea drumului, câte o cioară în fiecare plop . Din nefericire, o cioară* *a rămas fără plop .Mai târziu aceleaşi ciori s-au aşezat în plopi, de această dată câte două în fiecare plop. Acum a rămas un plop fără ciori. Câţi plopi sunt pe marginea drumului?*

A)2 *B)3* *C)4* *D)5* *E)6*

Soluţie:

Notăm cu x numărul de ciori şi cu y numărul de plopi şi avem $x = y+1$ şi $\frac{x}{2}+1 = y$, de unde $\frac{y+1}{2}+1 = y$,adică $y+1+2 = 2y$. Obţinem $y = 3$. *Răspuns:B.*

23) *Două veveriţe şi trei bursuci mănâncă împreună 16 ghinde. Fiecare bursuc mănâncă de două ori mai multe ghinde decât fiecare veveriţă. Câte ghinde vor mânca trei veveriţe şi doi bursuci, cu acelaşi apetit pentru ghinde ca şi primii?*

A)12 B)13 C)14 D)16 E)17

Soluţie:

Dacă o veveriţă mănâncă x ghinde şi un bursuc y ghinde, atunci avem $2x+3y = 16$ şi $y = 2x$, de unde $4y = 16$,adică $y = 4$ şi $x = 2$ .Obţinem $3x+2y = 6+8 = 14$ ghinde. *Răspuns:C.*

24) *Media vârstelor a 10 persoane dintr-o încăpere este 10 (vârstele persoanelor sunt numere naturale diferite). Care este vârsta maximă pe care o poate avea cea mai în vârstă dintre persoane ?*

A)10 *B)45* *C)50* *D)55* *E)91*

Soluţie:

Dacă S este suma vârstelor celor 10 persoane, atunci $\frac{S}{10}=10$,de unde $S=100$.Vârsta maximă x, se obţine atunci când celelalte 9 persoane au vârste minime şi anume ,1,2,3,4,5,6,7, 8,respective 9 .Obţinem

$$1+2+3+...+9+x=100 ,$$

adică $\frac{9\cdot 10}{2}+x=100,$ de unde $x=55$ ani. Răspuns:D.

25) *Raportul greutăţilor lui A şi B este5:3. Dacă A este cu* $6kg$ *mai greu decât B, cât cântăresc împreună A* şi B?

A) $9kg$ B) $15kg$ C) $18kg$ D) 24kg E)30kg

Soluţie:

Dacă A cântăreşte xkg **,**iar B cântăreşte ykg ,atunci $\frac{x}{y}=\frac{5}{3}$ şi $x=y+6$,de unde rezultă $3(y+6)=5y,$ adică $3y+18=5y,$ sau $2y=18$, de unde $y=9kg$ şi atunci $x=15kg$, iar $x+y=24kg.$ *Răspuns:D.*

26) *Într-o clasă sunt băieţi şi fete. Dacă ar mai veni 10 fete, raportul fete:băieţi ar fi 2:1.Rămâne, însă,același raport 2:1 și dacă pleacă un număr de băieţi din clasă .Care ar fi acest număr ?*

A)5 B)10 C)15 D)20 E)Imposibil de aflat

Soluţie:

Notăm numărul băieţilor cu a,al fetelor cu b şi numărul băieţilor care pleacă cu x. Atunci, obţinem relaţiile $\frac{b+10}{a}=\frac{b}{a-x}=2,$ de unde $2a=b+10$ şi $2a-2x=b.$ Rezultă $2a-b=10=2x$. Deci $x=5$ băieţi . *Răspuns:A.*

27) *Portos şi d'Artagnan au prins 400 de ţânţari înainte să adoarmă. Portos prindea 2 ţânţari pe minut, iar d'Artagnan, 3ţânţari. Însă d'Artagnan a adormit cu 25 de minute înaintea lui Portos. Câţi ţânţari a prins Portos ?*

A)150 B)200 C)190 D)210 E)Imposibil de aflat

Soluţie:

Dacă Portos a prins ţânţari x minute, atunci d'Artagnan a prins ţânţari $x-25$ minute.Obţinem atunci următoarea ecuaţie $2x+3(x-25)=400$, adică $5x=475$, de unde $x=95$ minute. Rezultă că Portos a prins $2x=2\cdot 95=190$ ţânţari. *Răspuns:C.*

28) *Am 600g de amestec de apă cu zahăr, care conţine 20% zahăr. Vreau să obţin un amestec cu 40% zahăr. De cât zahăr mai am nevoie?*

A)12g B)20g C)24g D)120g E)200g

Soluţie:

Cum 20% din $600=\frac{20}{100}\cdot 600=120g$, deducem că amestecul de $600g$ conţine $120g$ zahăr. Notăm cu x cantitatea de zahăr (în grame)care trebuie adăugată pentru a se obţine un amestec cu o concentrație de 40% zahăr. Obţinem ecuaţia $\frac{40}{100}(600+x)=120+x$, adică $1200+2x=600+5x$, sau $3x=600$, de unde $x=200g$ zahăr. *Răspuns:E.*

29) *Andreea şi Maria au câte un coş cu nuci. Cantităţile nucilor din fiecare coş reprezintă numere naturale consecutive (Andreea are mai multe nuci decât Maria). Ioana are în coşul ei un număr de nuci egal cu diferenţa pătratelor numărului de* *nuci din coşurile Andreei şi Mariei, adică 25 de nuci. Câte nuci are Andreea?*

A)20 B)17 C)16 D)13 E)12

Soluţie:

Dacă Maria are x nuci, atunci Andreea ar $x+1$nuci.Obţinem ecuaţia $(x+1)^2 - x^2 = 25$, adică $2x+1=25$, deunde $x+1=13$ nuci. <u>*Răspuns:D.*</u>

30) *O persoană indiscretă o întreabă pe Lady Agnes ce vârstă are. Aceasta îi răspunde :„Dacă voi trăi 100 de ani, vârsta mea de acum este patru treimi din jumătate din cât mi-a rămas de trăit”.Ce vârstă are ea?*

A)20 B)40 C)50 D)60 E)80

Soluţie:

Notăm cu $x\ (ani)$ vârsta lui Agnes şi obţinem ecuaţia

$x = \frac{4}{3}\cdot\frac{1}{2}(100-x)$, adică $6x = 400-4x$, deunde $x = 40.$

<u>*Răspuns:B.*</u>

31) *În vacanţă am făcut următoarea statistică: 15 zile, sau dimineaţa sau după-amiaza, a plouat; în nici o zi nu a plouat şi dimineaţa şi după amiaza; în 16 dimineţi şi 17 după-amieze nu a plouat. Câte zile a durat vacanţa?*

A)12 B)1 C)18 D)20 E)24

Soluţie:

Dacă x zile a plouat dimineaţa, y zile a plouat după amiaza, iar z zile nu a plouat, atunci $x+y=15, y+z=16, z+x=17,$ de unde $2(x+y+z)=48$,adică $x+y+z=24.$ <u>*Răspuns:E.*</u>

32) *Am o urnă cu bile, dintre care* 30% *sunt albe, iar restul negre;* 80% *din bilele albe şi, de asemenea din bilele negre, sunt mari ,restul fiind mici. Dacă sunt 12 bile mici în cutie, căte bile mari sunt?*

A)28 B)48 C)56 D)112 E)Sunt insuficiente date

Soluţie:

Fie x numărul bilelor din urnă. $\frac{20}{100}x=12$ sunt bile mici. Deci sunt $x=60$ bile dintre care $60-12=48$ sunt bile mari.

Răspuns:B.

33) *Lisa, Mina, Nina şi Tina sunt surori. Tina nu are bani, dar celelalte au. Mina îi dă Tinei o șesime din banii săi, Lisa îi dă Tinei o cincime din banii săi şi Nina îi dă Tinei o pătrime din banii săi. În acest fel fiecare îi dă Tinei aceeaşi sumă de bani. Ce parte din suma totală pe care o au fetele are acum Tina ?*

A) $\frac{1}{6}$ *B)* $\frac{1}{5}$ *C)* $\frac{1}{4}$ *D)* $\frac{1}{3}$ *E)* $\frac{1}{2}$

Soluţie:

Dacă Lisa are x lei, Mina are y lei, iar Nina are z lei, atunci $\frac{y}{6}=\frac{x}{5}=\frac{z}{4}=\frac{x+y+z}{15}$, iar Tina va avea $\frac{y}{6}+\frac{x}{5}+\frac{z}{4}=3\cdot\frac{x+y+z}{15}$ $=\frac{x+y+z}{5}$. *Răspuns:B.*

34) *Câţiva extratereştri verzi, albi şi albaştri călătoresc în spaţiu în nava lor. Extratereştrii verzi au câte 2 antene, cei albi au câte 3, iar cei albaştri au câte 5. În navă sunt la fel de mulţi extratereştri verzi ca cei albi, şi cu 10 mai mulţi extratereştri* *albaştri decât verzi. Împreună ei au 250 de antene. Câți extratereştri albaştri sunt în navă ?*

A)15 B)20 C)25 D)30 E)40

Soluţie:

Dacă sunt x extratereștri verzi, y albi şi z albaştri, atunci $2x+3y+5z=250$ şi $x=y=z-10$, de unde obținem ecuația $2z-20+3z-30+5z=250,$ cu soluția $z=30$. *Răspuns:D.*

35) *Peter merge cu bicicleta din P în Q, cu viteză constantă. Dacă ar fi mers cu o viteză cu* $3m/s$ *mai mare, ar fi ajuns în Q de 3 ori mai repede. Dacă ar fi mers cu o viteză cu* $6m/s$ *mai mare, ar fi ajuns în Q…*

A) de4 ori mai repede B)de 5 ori mai repede C) de6 ori mai repede D) de 4,5 ori mai repede E)de 8 ori mai repede

Soluţie:

Peter parcurge distanţa d, cu viteza v în timpul t.Rezultă $t=\frac{d}{v}$. Dacă Peter ar fi mers cu o viteză $v'=v+3,$ atunci $\frac{d}{v'}=\frac{d}{v+3}=\frac{t}{3}$. Rezultă $\frac{d}{v}=\frac{3d}{v+3}$, adică $3v=v+3,$ de unde $v=\frac{3}{2}m/s$. Dacă ar fi mers cu o viteză $v''=v+6,$ atunci avem $\frac{d}{v''}=\frac{d}{v+6}=\frac{d}{\frac{3}{2}+6}=x,$ unde cu x am notat timpul corespun-zător vitezei v''. Obţinem $x=\frac{\frac{3}{2}t}{\frac{3}{2}+6}=\frac{3t}{15}=\frac{t}{5}$. *Răspuns:B.*

36) *Andrei are jumătate din vârsta lui Mihai. Peste 6 ani el va avea aceaşi vârstă pe care o are Mihai acum. Ce vârstă are Mihai?*

A) 36ani B)30ani C)6ani D)12ani E)48ani

Soluţie:

Dacă Andrei are x ani ,Mihai are $2x$ ani. Peste 6 ani Andrei va avea $x+6=2x$ ani, adică 6 ani. *Răspuns:C.*

37) *Alex, Hans şi Stan au economisit bani pentru excursie. Alex a plătit 40% din ce a rămas de plată, iar Hans a plătit restul de 30 euro. Cât a costat excursia ?*

A) 50euro B) 60euro C)125euro D)150euro E)200euro

Soluţie:

Fie x euro preţul excursiei. Stan a plătit $\frac{60x}{100}=\frac{3x}{5}$, iar Alex a plătit $\frac{40}{100}\cdot\frac{40}{100}x=\frac{4x}{25}$. Obţinem ecuaţia $\frac{3x}{5}+\frac{4x}{25}+30=x$, sau $15x+4x+750=25x$, de unde rezultă $6x=750$. Obţinem $x=125$ euro. *Răspuns:C.*

38) *Iepurele se află la 40 de sărituri în faţa unui câine. Câinele face 7 sărituri, în timp ce iepurele face 9 sărituri; dacă 3 sărituri ale câinelui sunt egale cu 5 sărituri ale iepurelui, câte sărituri va face câinele până va prinde iepurele ?*

A) 15 B)63 C) 105 D) 112 E)175

Soluţie:

Fie l lungimea săriturii iepurelui şi L lungimea săriturii câinelui. Avem $3L=5l$, de unde $L=\frac{5l}{3}$. În acelaşi timp iepurele parcurge o distanţă egală cu $9l$, iar câinele parcurge distanţa de $\frac{35l}{3}$. Iepurele are în faţă o distanţă egală cu $40l$.

Obţinem ecuaţia $\left(\frac{35l}{3}-9l\right)\cdot x=40l,$ adică $8x=120$, de unde $x=15.$ Deci câinele va face $7\cdot 15=105$ sărituri. *Răspuns:C.*

39) *Sunt 28 de cămile în caravană, fiecare cărând unul, două sau trei bagaje. În total sunt 50 de bagaje. Numărul de cămile ce cară câte un bagaj este egal cu numărul cămilelor ce cară 2 şi 3 bagaje, la un loc. Câte cămile cară câte 3 bagaje?*

A) 6 B) 10 C) 12 D)8 E)7

Soluţie:

Dacă x este numărul cămilelor ce cară câte două bagaje şi y este numărul cămilelor ce cară câte trei bagaje, obţinem $x+y=14$ şi $2x+3y=36$, întrucât 14 cămile cară câte un bagaj. Deducem $2x+2y=28.$ Deci $y=8$ bagaje. Răspuns:D.

40) *În şcoala mea, 89 de elevi din 3 clase au participat la cangurul. În clasa A au participat cu 2 mai mulţi băieţi decât fete, în clasa B cu 2 mai multe fete decât băieţi, iar în clasa C ,cu 7 mai puţine fete decât băieţi. Câte fete au participat la competiţie ?*

A)82 B) 41 C) 34 D) 48 E)55

Soluţie:

În clasa A au participat x băieţi şi $x-2$ fete, în clasa B, y băieţi şi $y+2$ fete, iar în clasa C, z băieţi şi $z-7$ fete. Obţinem ecuaţia $x+x-2+y+y+2+z+z-7=89,$ de unde $x+y+z$ = 48 şi atunci $x-2+y+2+z-7=41$ fete. *Răspuns:B.*

***41)** John, Paul, Mike şi Simon au cumpărat împreună un computer de* 600 *lei. John a plătit jumătate din suma pe care au plătit-o împreună ceilalţi trei. Paul a plătit o treime din suma pe care au plătit-o ceilalţi trei, iar Mike a plătit un sfert din suma pe care au plătit-o ceilalţi trei împreună. Cât a plătit Simon?*

A) 80lei B)100lei C)130lei D)150lei E)180lei

Soluţie:

Fie x lei, y lei, z lei și u lei sumele pe care le-au plătit John, Paul, Mike şi, respectiv Simon. Avem

$$x=\frac{y+z+u}{2}, y=\frac{x+z+u}{3}, z=\frac{x+y+u}{4}.$$

Întrucât $x+y+z+u=600$, deducem ecuațiile $x=\frac{600-x}{2}$, $y=\frac{600-y}{3}, z=\frac{600-z}{4}$, adică $2x=600-x, 3y=600-y$, $4z=600-z.$ Rezultă $x=200, y=150, z=120.$ Deci avem $u=600-\left(200+150+120\right)=600-470=130$ lei. <u>*Răspuns:C.*</u>

***42)** La cofetărie sunt trei tipuri de cutii de bomboane: de 1 euro, de 3 euro şi de 9 euro. Mike a cumpărat 15 cutii de bomboane pentru aniversarea zilei sale de naştere. Care dintre următoarele sume nu poate fi costul total al acestora?*

A)15euro B)31euro C)35euro D)36euro E)97euro

Soluţie:

Fie x, y, z numărul cutiilor de 1 euro, 3 euro, respective 9 euro cumpărate. Rezultă $x+y+z=15$. Dacă $x+3y+9z=15$, atunci $2y+8z=0$, de unde $y=z=0.$ Dacă $x+3y+9z=31$, rezultă $2y+8z=16$, pentru care $(4,1)$ este soluţie. Dacă $x+3y+9z=35$, rezultă $2y+8z=20$, pentru care perechea $(2,2)$ este soluție. Dacă $x+3y+9z=36$, rezultă $2y+8z=21$, ecuaţie care nu are soluţie în $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$, întrucât $2y$ şi $8z$ sunt numere pare. Dacă $x+3y+9z=97$, rezultă $2y+8z=82$, pentru care $(1,10)$ este soluţie. <u>*Răspuns:D.*</u>

43) *Un tren traversează un tunel lung de 1320m.Conductorul a observat că locomotiva a traversat tunelul în exact 45 secunde, iar ultimul vagon a ieşit din tunel exact după alte 15 secunde. Care este lungimea trenului?*

A)88m B)110m C)220m D)440m E)550m

Soluţie:

Viteza locomotivei este $\frac{1320}{45} m/s$. Dacă x este lungimea trenului, ultimul vagon a parcurs distanţa de $1320+x$ metri într-un timp de $45s+15s=60s$, cu viteza $\frac{1320}{45} m/s$. Obţinem ecuaţia $\frac{x+1320}{60}=\frac{1320}{45}$, adică $3x+3960=5280$, sau $3x=1320$, de unde $x=440m$. <u>*Răspuns:D.*</u>

44) *În clasa mea am constatat următoarele: dacă ar mai fi fost un băiat în plus, numărul băieţilor ar fi crescut cu 10% ; dacă ar mai fi fost o fată în plus, numărul fetelor ar fi crescut cu 10%. Mâine ne vine un coleg nou. Cu ce procent va creşte numărul elevilor din clasă?*

A)5% B)10% C)15% D)20% E)nu sunt date suficiente

Soluţie:

Fie x numărul băieților şi y numărul fetelor din clasă.

Obţinem ecuațiile $x+1=\frac{110}{100}x$ şi $y+1=\frac{110}{100}y$, adică $100x+100=110x$ şi $100y+100=110y$, de unde $x=y=10$. După ce vine un coleg nou numărul elevilor din clasă devine 21 şi dacă notăm cu $z\%$ cât la sută reprezintă 1 din 20, obţinem $z\%$ din $20=1$, adică $\frac{z}{100}\cdot 20=1$, de unde $z=5$. *Răspuns:A.*

45) *Mâine Harry are ultimul test la matematică. Dacă va lua $10p$ la acesta, media tuturor punctelor obţinute la toate testele va fi de $73p$. Dacă va lua $100p$, media tuturor testelor va fi $79p$. Care este media testelor date până astăzi?*

A) $75,5p$ *B)* $76p$ *C)76,5p* *D)77p* *E)* $77,5p$

Soluţie:

Fie S suma punctelor luate de Harry până astăzi, la cele n teste.Obţinem $\frac{S+10}{n+1}=73$ şi $\frac{S+100}{n+1}=79$, de unde $73(n+1)+90=79(n+1)$, adică $6(n+1)=90$, sau $n+1=15$. Obţinem că $n=14$ şi atunci $\frac{S}{14}=\frac{73\cdot 15-10}{14}=\frac{1085}{14}=77,5$. *Răspuns:E.*

46) *Clădirea A are 198 de etaje, iar suprafaţa utilă este de $207240m^2$. Clădirea B are de 3 ori mai puţine etaje, dar o suprafaţă de 2 ori mai mare . Ştiind că la clădirea B, urcând câte un nivel, suprafaţa nivelului scade cu $4m^2$, care este suprafaţa ultimului etaj (cu suprafa'a cea mai mică)?*

A) $6150m^2$ *B)* $5000m^2$ *C)* $5850m^2$

D) $8549m^2$ *E) imposibil de calculat*

Soluţie:

Fie x suprafaţa (în m^2) a primului nivel al clădirii B. Obţinem

$$x+(x-4)+(x-4\cdot 2)+\ldots+(x-4\cdot 65)=414480,$$

întrucât clădirea B are $198:3=66$ etaje. Rezultă ecuația $66x-4(1+2+\ldots+65)=414480,$ adică $66x-4\cdot\dfrac{65\cdot 66}{2}$ $=414480,$ sau $x-130=6280,$ de unde $x=6410$. Ultimul etaj are $6410-4\cdot 65=6410-260=6150m^2$. <u>*Răspuns:A.*</u>

47) *Suma vârstelor lui Alex, Bob şi Victor este 22. Când Alex va avea vârsta lui Bob din prezent, suma vârstelor celor trei prieteni va* fi *28. Peste alţi câţiva ani, când Alex va avea vârsta pe care o are Victor în prezent, suma vârstelor celor trei prieteni va fi 37. Ce vârstă are Alex acum?*

A) 4 *B) 5* *C)6* *D) 7* *E)8*

Soluţie:

Notând cu x vârsta lui Alex, cu y vârsta lui Bob şi cu z vârsta lui Victor, obţinem $x+y+z=22,$ $y+(y+y-x)+$ $(z+y-x)=28$ și $z+(y+z-x)+(z+z-x)=37$, adică $x+y+z=22, -2x+4y+z=28$ și $-2x+y+4z=37$,de unde $3y-3z=-9$ sau $z=y+3$ şi atunci $x+2y=19$, $-2x+5y=$ 25, de unde $9y=63.$ Obţinem $y=7$ şi $x=19-14=5.$

<u>*Răspuns:B.*</u>

48) *Într-un grup de bărbaţi şi femei media vârstelor este de 31 ani. Dacă media vârstelor bărbaţilor este 35 ani şi media vârstelor femeilor este 25 ani, care este raportul dintre numărul bărbatilor şi al femeilor?*

A) $\frac{5}{7}$ *B)* $\frac{7}{5}$ *C)* $\frac{2}{1}$ *D)* $\frac{4}{3}$ *E)* $\frac{3}{2}$

Soluţie:

Notăm cu x numărul bărbaţilor, cu S_1 suma vârstelor bărbaţilor, cu y numărul femeilor şi cu S_2 suma vârstelor femeilor. Avem $S_1 = 35x, S_2 = 25y,$ cu care rezultă $\frac{35x+25y}{x+y} = 31.$

Notând $\frac{x}{y} = k$, obţinem $\frac{35yk+25y}{ky+y} = 31,$ sau $35k+25=$ $31k+31,$ adică $4k=6,$ de unde $k=\frac{3}{2}.$ *Răspuns:E.*

49) *Tom a locuit prima treime din viaţa sa în SUA, apoi s-a mutat în India şi a locuit o şesime din viaţă acolo. Din India el s-a mutat în Egipt, unde a locuit 12 ani. Apoi a petrecut jumătate din restul vieţii sale în Australia, de unde s-a mutat în Canada, unde a şi murit. În Canada el a trăit o perioadă egală cu cea din India. La ce vârstă a murit Tom?*

A)48 *B)60* *C)64* *D)72* *E)78*

Soluţie:

Notăm cu x ani vârsta la care a murit Tom şi obţinem:

$$\frac{x}{3}+\frac{x}{6}+12+\frac{1}{2}\left(x-\frac{x}{3}-\frac{x}{6}-12\right)+\frac{x}{6}=x,$$

adică $\frac{1}{2}\left(x+\frac{x}{3}+\frac{x}{6}+12\right)+\frac{1}{2}\cdot\frac{x}{3}=\frac{1}{2}\cdot 2x,$ sau $6x+2x+x+$ $+72+2x=12x,$ de unde $x=72.$ *Răspuns:D.*

50) *Anna cunoaşte 80% dintre invitaţii la petrecere, iar Bert cunoaşte 60% dintre invitaţi. Doar 6 invitaţi sunt cunoscuţi şi de Anna şi de Bert. Orice invitat este cunoscut sau de Anna sau de Bert. Câţi invitaţi sunt la petrecere?*

A)5 *B)10* *C)15* *D)20* *E)40*

Soluţie:

Notând cu x numărul invitaţilor, obţinem ecuația $(80\% + 60\% - 100\%)x = 6,$ adică $\frac{2x}{5} = 6,$ de unde $x = 15.$

Răspuns:C.

51) *În grădină sunt trandafiri albi, roşii şi galbeni. Trandafiri albi şi roşii sunt 650, trandafiri roşii şi galbeni sunt 400, iar trandafiri albi şi galbeni sunt 350. Câţi trandafiri albi sunt în grădină?*

A)150 B)250 C)300 D)350 E)275

Soluţie:

Dacă sunt x trandafiri albi, y trandafiri roşii şi z trandafiri galbeni, obţinem relațiile $x + y = 650, y + z = 400$ şi $x + z = 350,$ de unde $2(x + y + z) = 1400.$ Rezultă ecuația $x + y + z = 700$ şi întrucât $y + z = 400,$ deducem $x = 300.$ *Răspuns:C.*

52) *La micul dejun, Paul a mâncat cu două felii de pâine mai mult decât Sam, dar de două ori mai mult decât Bill. Sam a mâncat cu 6 felii de pâine mai mult decât Bill. Câte felii de pâine s-au mâncat la micul dejun?*

A)18 B)28 C)38 D)48 E)58

Soluţie:

Dacă Paul a mâncat x felii, Sam a mâncat y felii, iar Bill a mâncat z felii, atunci $x = y + 2, x = 2z$ şi $y = z + 6.$ Obținem $y + 2 = 2z = z + 8.$ Rezultă $z = 8, x = 16, y = 14$ şi $x + y + z = 38.$

Răspuns:C.

53) *Michael a cumpărat 300g de alune şi arahide cu 8 euro. În amestec erau cu 100g mai multe alune decât arahide. Cât* *costă 100g de alune, dacă arahidele sunt de două ori mai scumpe decât alunele?*

A)1,6 euro B)2 euro C)2,4 euro D)3,2 euro E)4 euro

Soluţie:

Dacă 100g de alune costă x euro, 200g de alune costă $2x$ euro şi 100g de arahide costă $2x$ euro, obţinem ecuaţia $2x+2x=8$, de unde $x=2$. *Răspuns:B.*

54) *10 copii se joacă cu soldăţei. Harry, care are un soldăţel, intră şi el în joc. Acum, media aritmetică a numărului de soldăţei s-a micşorat cu 1. Cu câţi soldăţei se joacă copiii (inclusiv Harry)?*

A)12 B)13 C)120 D)121 E)144

Soluţie:

Dacă cei 10 copii au x soldăţei, atunci $\frac{x}{10}=\frac{x+1}{11}+1,$ adică $11x=10x+10+110,$ sau $x=120.$ *Răspuns:C.*

55) *Într-o fotografie sunt mai multe animale.* 80% *dintre ele sunt maro.* 60% *dintre animalele maro nu au coadă. Toate animalele maro cu coadă sunt canguri. Sunt 8 canguri în fotografie. Câte animale sunt în fotografie?*

A)8 B)12 C) 20 D) 25 E)32

Soluţie:

Notăm cu x numărul animalelor din fotografie. 40% dintre animalele maro sunt 8 canguri. Obţinem atunci ecuaţia $\frac{40}{100}\cdot\frac{80}{100}\cdot x=8$, adică $8x=8\cdot 25$, de unde $x=25.$ *Răspuns:D.*

56) *Am colecţionat 8 frunze de cocotier, fiecare având exact 3m sau 7m lungime. Ce lungime aş putea obţine punând frunzele cap la cap ?*

A)29m B)31m C)36m D)43m E)50m

Soluţie:

Notând cu x numărul de frunze de 3m şi cu y numărul de frunze de 7m, avem $x+y=8.$

Dacă $3x+7y=29,$ obţinem $24+4y=29,$ de unde $y \notin \mathbb{N}$.

Dacă $3x+7y=31,$ obţinem $24+4y=31,$ de unde $y \notin \mathbb{N}$.

Dacă $3x+7y=36,$ obţinem $24+4y=36,$ de unde $y=3, x=5.$

Dacă $3x+7y=43,$ obţinem $24+4y=43,$ de unde $y \notin \mathbb{N}$.

Dacă $3x+7y=50,$ obţinem $24+4y=50,$ de unde $y \notin \mathbb{N}$.

Răspuns:C.

57) *Matemacianul francez August de Morgan avea x ani în anul x^2. Ştiind că el a murit în anul 1899, în ce an s-a născut?*

A)1849 *B)1764* *C)1899*
D)Acest matematician nici nu a existat! *E)1806*

Soluţie:

Avem $x^2 < 1899.$ Dacă $x^2 = 1849$ obţinem $x=43$ şi se verifică faptul că matematicianul avea 43 ani în anul 1849, dacă s-a născut în $1849-43=1806.$ *Răspuns:E.*

58) *Vlad trebuie să obţină $100g$ de sirop de zahăr de concentraţie maximă. Dacă solubilitatea zahărului este de 130g zahăr/100g apă la $50^0 C$,atunci masa de zahăr utilizată de Vlad este:*

A)56,52g *B)130g* *C)176,92g* *D)230g* *E)200g*

Soluţie:

Dacă x este masa de zahăr şi y masa de apă din soluţia finală, obţinem $x+y=100$ şi $\frac{130}{100}=\frac{x}{y}$, de unde $\frac{x}{x+y}=$

$\frac{130}{130+100}$, adică $\frac{x}{100}=\frac{130}{230}$, sau $23x=1300$, de unde $x=56,52$. ***Răspuns:A.***

59) *Anna şi Meta aveau aceleaşi sume de bani. Anna a cheltuit 7 euro şi Meta a cheltuit 4 euro. Acum Meta are de două ori mai mulți bani decât Anna. Câţi bani aveau împreună la început?*

A)3 B)11 C)14 D)20 E)28

Soluţie:

Dacă la început Anna şi Meta aveau câte x euro, acum $x-4=2(x-7)$, adică $x-4=2x-14$, de unde $x=10$ şi $2x=20$ euro. ***Răspuns:D.***

60) *În urma unui concert s-au încasat 8160 euro pe bilete. S-au vândut 60% din bilete cu 10 euro şi restul cu 15 euro. Câte bilete s-au vândut la concert?*

A)272 B)300 C)408 D)600 E)680

Soluţie:

Dacă notăm cu x numărul de bilete care s-au vândut la concert obţinem ecuaţia $\frac{60}{100}\cdot x\cdot 10+\frac{40}{100}\cdot x\cdot 15=8160$, adică $30x+30x=8160\cdot 5$, de unde $x=\frac{5\cdot 8160}{60}=5\cdot 136=680$ bilete. ***Răspuns:E.***

Capitolul 3

ASPECTE METODICE PRIVIND REZOLVAREA UNOR PROBLEME CU AJUTORUL ECUAŢIILOR

1.Consideraţii generale

În lucrarea ,,Cum rezolvăm o problemă" a lui G. Polya, tradusă şi tipărită de către Editura Ştiinţifică Bucureşti-1965, autorul distinge ca fiind necesare patru faze consecutive ale muncii de rezolvare a unei probleme:
1) înţelegerea problemei(a ceea ce se dă şi ce se cere);
2) întocmirea unui plan de rezolvare a problemei pe baza înţelegerii legăturilor dintre diversele sale elemente şi a stabilirii relaţiilor dintre necunoscută şi datele problemei;
3) realizarea planului întocmit;
4) privirea retrospectivă asupra soluţiei complete a problemei (fază în care se reconsideră şi se reexaminează atât rezultatul găsit cât şi calea ce s-a parcurs până la el).

Pentru rezolvarea unor probleme prin metode algebrice, cu ajutorul ecuaţiilor şi sistemelor de ecuaţii,se parcurg:
Etapa1: alegerea necunoscutelor şi notarea lor ;

Etapa 2: stabilirea legăturilor între datele cunoscute şi cele necunoscute (obţinerea modelului matematic corespunzător problemei);

Etapa 3: rezolvarea modelului matematic (ecuaţiei sau sistemului de ecuaţii obţinute);

Etapa 4: interpretarea rezultatelor (soluţiilor modelului), formularea răspunsului şi verificarea rezultatelor.

Etapa cea mai importantă este obţinerea modelului matematic şi presupune o corectă trecere de la limbajul obişnuit la cel matematic (simbolic).

În concluzie aceste etape de rezolvare a problemelor cu ajutorul ecuaţiilor (alegerea necunoscutei ,punerea problemei în ecuaţie ,rezolvarea ecuaţiei,proba) sunt necesare,dar cea mai importantă este,,formarea ecuaţiei",etapă care nu trebuie pusă pe acelaşi plan cu celelalte, întrucât, de fapt, această etapă conţine aproape totul .

Punerea problemelor în ecuaţie constituie un element viu, mânuit de gândirea elevului, care nu poate fi turnat în tipare.Desigur, indicaţia de bază în această privinţă este aceea că se exprimă sub formă de ecuaţie relaţiile dintre datele problemei şi necunoscute, dar această indicaţie este prea generală pentru a fi utilă.

De aceea, ne vom mărgini în cele ce urmează la câteva indicaţii sistematice cu caracter didactic .

2. O regulă de bază

Punerea problemelor în ecuaţie este mult uşurată dacă se ia mai întâi pentru necunoscută un număr luat la întâmplare, se face proba şi (chiar) dacă nu am ghicit rezultatul, apoi se pune în locul numărului arbitrar litera x. Apelăm la această regulă mai ales când elevii rezolvă

,,primele”probleme, apelând la punerea în ecuaţie, întrucât greutatea principală pe care o întâmpină elevii la punerea problemelor în ecuaţie se datoreşte nu atât de mult faptului că ei nu-şi dau seama ce relaţii există între mărimile ce intervin în problemă, cât faptului că nu sunt obişnuiţi să exprime aceste relaţii cu ajutorul necunoscutei sau necunoscutelor. Procedeul trebuie folosit cu tact când se rezolvăun nou tip de probleme şi ori de câte ori punerea unei probleme în ecuaţie merge greu .

3. Exerciţii de exprimare sub formă algebrică a unor relaţii

Atunci când elevii nu ştiu să folosească una sau alta din datele problemei este util să-i obişnuim cu transcrierea matematică a unor afirmaţii de genul :

- a este mai mare (mai mic) decât b cu …
- a este mai mai(mai mic) decât b de …ori.

Pentru a scrie, de exemplu, că a este cu 8 mai mare decât b, scriem provizoriu $a=b$ şi apoi se adaugă 8 la numărul mai mic, adică la b şi apare corect $a=b+8$.
Analog se recomandă să se procedeze pentru a scrie, de exemplu, că a este de 8 ori mai mare decât b, caz în care se obţine $a=8b$ sau $\frac{a}{b}=8$.

Exerciţiile de acest fel sunt utile în cadrul unei probleme când apar greşeli. În acest caz se întrerupe problema, se dau explicaţiile necesare şi se face un număr suficient de exerciţii.

Situaţia este asemănătoare la problemele în care intervin procente, atunci când apar greutăţi din cauză că elevii ştiu să calculeze cu procente numai în cazuri numerice.

4. Analiza ecuaţiei (ecuaţiilor) unei probleme

Trebuie să avem grijă ca elevii să-şi dea perfect seama de semnificaţia fiecărui factor şi a fiecărui termen din ecuaţie.

În acest sens, trebuie făcută o analiză după ce a fost scrisă ecuaţia, pentru ca elevul să-şi dea şi mai bine seama de ceea ce a făcut şi să aibă satisfacția înțelegerii depline a ecuaţiei.

Referitor la alegerea uneia sau a mai multor necunoscute, considerăm că o problemă trebuie rezolvată cu ajutorul unei singure ecuaţii cu o singură necunoscută numai atunci când enunţul ei permite să se exprime *direct* toate mărimile din problemă cu ajutorul unei singure necunoscute. În multe probleme în loc să transformăm enunţul, în prealabil, pentru a lucra cu o singură ecuaţie şi o singură necunoscută, este preferabil să folosim sisteme de ecuaţii.

5.Compunerea de către elevi a unor probleme care conduc la ecuaţii sau sisteme de de aceeaşi formă

Dacă le cerem elevilor să compună probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuaţiilor, le stimulăm imaginaţia şi ajung să pătrundă mai bine legătura dintre enunţul unei probleme şi ecuaţia corespunzătoare. Pentru a le dezvolta elevilor deprinderea de a pune probleme în ecuaţie, este util să-i punem să compună probleme grupate în funcţie de tipurile de ecuaţii sau sisteme de ecuaţii care se folosesc.

Procedeul recomandat pune în evidenţă caracterul general al relaţiilor matematice, în sensul că prin aceeaşi ecuaţie sau prin acelaşi sistem de ecuaţii, se rezolvă probleme care, la prima vedere, nu au nimic comun .

Desigur ulterior le putem cere elevilor să compună probleme care conduc la ecuaţii asemănătoare (nu chiar de aceeaşi formă).

6.Rezolvarea problemelor în care trebuie făcute operaţii suplimentare

Când elevii sunt mai avansaţi în rezolvarea problemelor cu ajutorul ecuaţiilor, pentru dezvoltarea lor intelectuală este util să le cerem să rezolve şi probleme care să nu fie gata aranjate pentru a fi puse în ecuaţie, întrucât, de regulă ei sunt obişnuiţi cu probleme pentru a căror rezolvare trec imediat la punerea în ecuaţie .

De exemplu considerăm problema:

,,A are un salariu de 1380 lei, B are un salariu de 1650 lei. Fiecare din ei cheltuieşte aceeaşi sumă de bani şi la sfârşitul lunii îi rămâne lui B de 2 ori mai mult decât lui A. Cât cheltuieşte fiecare din ei într-o lună?”

Ecuaţia care rezolvă această problemă este

$$\left(1650-x\right)=2\left(1380-x\right)$$

şi se obţine direct notând cu x suma de bani cheltuită.

Aceeaşi ecuaţie rezolvă şi problema obţinută prin complicarea enunţului celei precedente, înlocuind prima frază prin următoarea : ,,A a avut un salariu de 1200 de lei şi B de

1500 de lei; salariul lui A s-a mărit cu 15 %, iar salariul lui B cu 10%”. În acest caz, înainte de punerea problemei în ecuaţie este indicat să calculăm 15% din 1200 şi 10% din 1500.

Complicaţii mici de acest fel se pot introduce aproape în toate problemele ,exprimând mărimile date în unităţi diferite.

Calculele prealabile punerii în ecuaţie trebuie să aibă un caracter aritmetic .

Există şi probleme care cer un mic calcul după ce ecuaţia sau sistemul de ecuaţii a fost rezolvat.

Aceste complicaţii (care necesită câteva operaţii aritmetice suplimentare) sunt utile prin faptul că obligă elevii să iasă din tiparele obişnuite.

7.Concluzii finale

Cu toate că la calculul algebric sunt necesare multe exerciţii, pentru ca elevii să calculeze rapid şi sigur considerăm că la rezolvarea problemelor cu ajutorul ecuaţiilor contează mai puţin numărul problemelor rezolvate; important este ca elevii să înţeleagă bine modul de rezolvare a problemelor.

Rezolvarea unei probleme se consideră terminată după ce valorii necunoscutei i s-a făcut proba în enunţ, s-au făcut observaţii şi s-au găsit şi alte posibilităţi (dacă există !) de a pune problema în ecuaţie .

Problemele de rezolvat trebuie grupate după diverse criterii cum ar fi dificultatea de a le pune în ecuaţie şi forma ecuaţiei .

Să nu uităm că la problemele ce se rezolvă cu ajutorul ecuaţiilor, partea cea mai importantă este formarea ecuaţiei sau a sistemului (problema se consideră rezolvată în momentul în care a fost pusă în ecuaţie). De aceea sunt utile exerciţii consacrate punerii în ecuaţie. În felul acesta se concentrează efortul asupra dificultăţii principale care apare la rezolvarea unor probleme cu ajutorul ecuaţiilor .

Problemele ce se rezolvă cu ajutorul ecuaţiilor nu sunt un scop în sine. Ele sunt probleme de aplicare a algebrei la descrierea unor situaţii şi relaţii din realitate.

BIBLIOGRAFIE

[1]E.Dăncilă, I.Dăncilă: *Matematica serveşte? Matematica gimnaziului în probleme şi exerciţii din viaţa de toate zilele,*Editura Erc Press,Bucureşti,2007.

[2]I.Floroiu (coord.), Gh. Neşuleu, I.Necşuliu: *Algebră, clasa a VIII-a, învăţare rapidă şi eficientă prin breviare teoretice, exemple, probleme propuse şi probleme rezolvate,* Editura Fair Partners, Bucureşti, 2010.

[3]A.Hollinger*: Metodica predării algebrei în şcoala generală,* Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti,1965.

[4]Gh. Necşuleu: *Modelare matematică*, în Metodica predării matematicii în liceu, sub redacţia prof. univ. Mihai Postolache, Editura Fair Partners, Bucureşti,2008.

[5]Gh.Necşuleu, I.Necşuliu: *Matematică ,manual pentru clasa a VIII-a, Algebră,* Editura Fair Partners, Bucureşti, 2010.

[6]G.Polya :*Cum rezolvăm o problemă*,Editura Ştiinţifică, Bucureşti, 1965.

[7]E.Rusu:*Problematizare şi probleme în matematica şcolară,* Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1978.

[8]I.Vârtopeanu *:Metode de rezolvare a problemelor de algebră, tipuri de probleme, tehnici de rezolvare şi unele observaţii metodologice,* Editura Sitech, Craiova,1999.

[9] *** : *Matematică distractivă pentru clasele V-VIII,Concursul European de matematică aplicată Cangurul,* Editura Sigma, Bucureşti, 2009.

CUPRINS